



مرجع تخصصی عرضه آنلاین کتاب

www.ketabonline.ir



پرفروش‌ترین
کتاب‌های
امتحان
تهایی

فرمول
بیست

ریاضی و آمار ۲

پایه یازدهم
رشته علوم انسانی

مؤلف

مهندس امیر زراندوز

فرمول بیست

با سلام خدمت شما بچه‌های خوب رشته انسانی

چون ما، یعنی شخص خودم و مجموعه گاج، بچه‌های انسانی رو خیلی خیلی دوست داریم همیشه سعی می‌کنیم کتابای خوب و به درد بخور براشون بنویسیم. نمونش همین کتابیه که الان دستتونه.

اولاً: تمام مطالب کتاب درسی رو پوشش دادیم و کلی سؤال مشابه مسائل، مثال‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی براتون شبیه‌سازی کردیم؛ یعنی محاله سؤالی در امتحان مطرح بشه که در این کتاب خودش رو یا شبیهش رو ندیده باشین. **ثانیاً:** حجم کتاب رو الکی زیاد نکردیم.

ثالثاً: چند دوره امتحان نهایی با پاسخ تشریحی در آخر کتاب براتون آوردیم تا برای امتحان پایان سال آماده باشید.

پس حالا که من و گاج این همه زحمت کشیدیم و یک کتاب خاص براتون گردآوری کردیم، شما هم سعی کنید با خوب خوندن این کتاب و گرفتن نمره کامل ما رو خوشحال کنید. ضمناً اگه اشتباه یا خطایی در کتاب دیدین لطفاً با اینجانب در فضای مجازی مطرح کنید.

@Amir_Zarandooz_2

به امید رسیدن شما به هرچی آرزوی خوبه
امیر زاراندوز



پاسخ	درسنامه و سؤالات	
۸۸	۱۰ تا ۳۴	فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی
۹۹	۳۵ تا ۷۰	فصل دوم: تابع
۱۱۵	۷۱ تا ۸۶	فصل سوم: آمار

نمونه امتحانی



۱۲۶	آزمون ۱ (فصل اول)
۱۲۷	آزمون ۲ (فصل دوم)
۱۲۷	آزمون ۳ (فصل سوم)
۱۲۸	آزمون ۴ : خرداد ۱۴۰۲ (نوبت صبح)
۱۳۰	آزمون ۵ : خرداد ۱۴۰۲ (نوبت عصر)
۱۳۱	آزمون ۶ : خرداد ۱۴۰۲ (غایبین موجه)
۱۳۲	آزمون ۷ : شهریور ۱۴۰۲
۱۳۴	آزمون ۸ : شهریور ۱۴۰۲ (غایبین موجه)
۱۳۶	آزمون ۹ : خرداد ۱۴۰۳
۱۳۸	پاسخ‌نامه تشریحی آزمون ۱ تا ۹

بارم‌بندی درس ریاضی و آمار ۲

نوبت دوم	نوبت اول	شماره فصل	
۶	۱۳	اول	
۸	۷	تا صفحه ۴۴	دوم
	–	صفحه ۴۵ به بعد	
۶	–	سوم	
۲۰	۲۰	جمع	



مدرسہ
اینٹرنی
گاج

گاج لایو



۹۵
دقیقه



جلسه
بسته ۳
سؤالات
۱۲۴ تا ۸۱



۱۰۰
دقیقه



جلسه
بسته ۲
سؤالات
۸۰ تا ۴۱



۶۰
دقیقه



جلسه
بسته ۱
سؤالات
۴۰ تا ۱



۴۵
دقیقه



جلسه
بسته ۴
سؤالات
۱۷۷ تا ۱۶۴



۶۰
دقیقه



جلسه
بسته ۴
سؤالات
۱۶۳ تا ۱۲۵



فصل



۷۰
دقیقه



جلسه
بسته ۲
سؤالات
۲۶۳ تا ۲۳۷



۷۰
دقیقه



جلسه
بسته ۱
سؤالات
۲۳۶ تا ۲۰۵



۷۰
دقیقه



جلسه
بسته ۱
سؤالات
۲۰۴ تا ۱۷۸



۶۰
دقیقه



جلسه
بسته ۳
سؤالات
۳۳۳ تا ۳۱۴



۶۰
دقیقه



جلسه
بسته ۳
سؤالات
۳۱۳ تا ۲۹۱



۷۰
دقیقه



جلسه
بسته ۲
سؤالات
۲۹۰ تا ۲۶۴



۵۰
دقیقه



جلسه
بسته ۳
سؤالات
۳۴۴ تا ۳۳۴



فصل



۷۰
دقیقه



جلسه
بسته ۱
سؤالات
۴۱۳ تا ۳۸۰



۶۰
دقیقه



جلسه
بسته ۱
سؤالات
۳۷۹ تا ۳۴۵



فصل

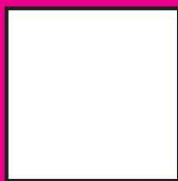
دعا ای قبیله لازم طالعه

اللَّهُمَّ
أَخْرِجْنِي
مِنْ ظُلُمَاتِ الْوَهْمِ
وَ أَكْرِمْنِي
بِنُورِ الْفَهْمِ
اللَّهُمَّ افْتَحْ عَلَيْنَا
أَبْوَابَ رَحْمَتِكَ
وَأَنْشُرْ عَلَيْنَا
خَزَائِنَ عُلُومِكَ
بِرَحْمَتِكَ
يَا أَرْحَمَ الرَّاحِمِينَ

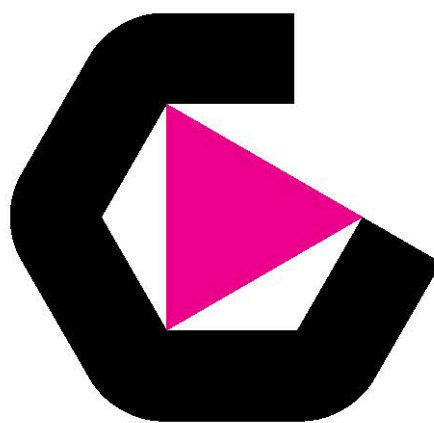
خدایا
مرا
بیرون آور
از تاریکی های وهم
و به نور فهم
گرامی ام بدار
خدایا درهای رحمت را
برما بگشای
و گنجینه های دانشت را
برما
بگستران
به مهربانیات
ای مهربان ترین
مهربانان

ریاضی و آمار ۲

حل تصویری تک تک سوالات
کتاب فرمول ۲۰ در گاج لایو



برای مشاهده ویدیوها در سایت gajlive.ir
برچسب را خراش داده و از کد زیر استفاده کنید



پشتیبانی
۰۲۱-۶۴۲۰

www.gajlive.ir

1

بخش



درستنامه

و سؤالات تشریحی

فصل اول

آشنایی با منطق
و استدلال ریاضی

ریاضی و آمار یازدهم

فصل اول ریاضی و آمار ۲، در امتحان نوبت اول، ۱۴ نمره و در نوبت دوم ۷ نمره دارد. در این فصل مباحثی چون منطق ریاضی، ترکیب گزاره‌ها، ترکیب شرطی و دو شرطی و استدلال‌های ریاضی مطرح شده است.

منطق ریاضی و گزاره‌ها

صفحه ۲ تا ۴ کتاب درسی

بسته اول



منطق ریاضی و گزاره‌ها

تعریف منطق ریاضی: از نظر دانشمندان علم منطق، منطق در واقع مجموعه‌ای از روش‌ها و قانون‌های درست فکر کردن و درست استدلال کردن می‌باشد و اولین دانشمند این علم، ارسطو بوده است. منطق ریاضی، شاخه‌ای از علم منطق است که به کمک یک سری از قانون‌ها و نمادها روش درست استدلال کردن در علم ریاضی را نشان می‌دهد؛ ضمناً به کمک منطق ریاضی، ارزش گزاره‌ها را نیز تعیین می‌کنیم.

تعریف گزاره: گزاره جمله‌ای خبری است که ارزش آن، می‌تواند درست یا نادرست باشد. مثلاً جمله «۳ عددی اول است»، یک گزاره با ارزش درست است؛ چون می‌دانیم عدد ۳ اول است. توجه کنید که گزاره، لزوماً جمله‌ای فارسی نیست بلکه می‌تواند با نمادهای ریاضی بیان شود مانند: $\sqrt{3} < \sqrt{2}$ یا $-4 \in \mathbb{Z}$.
تذکر مهم جملات امری مانند «از عدد ۷۳ جذر بگیر»، جملات پرسشی مثل «آیا عدد ۲ اول است؟» و جملات عاطفی مثل «چه دانشمند بزرگی!»، گزاره محسوب نمی‌شوند؛ ضمناً جملات خبری که نتوانیم اصلاً درستی یا نادرستی آن‌ها را بررسی کنیم هم، گزاره نیستند مانند جمله خبری «۱۰۰۰ عدد بزرگی است». چون قانونی برای بزرگ یا کوچک بودن اعداد در ریاضی نداریم و امری سلیقه‌ای است.

سؤال مشخص کنید کدام یک از قسمت‌های زیر، گزاره هستند؟ سپس ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

- ۱ عدد $\frac{۳}{۵۶}$ عددی گنگ نیست.
- ۲ خودروهای فرانسوی زیباتر از خودروهای آمریکایی هستند.
- ۳ آیا ۱۲۰ بر ۳ بخش پذیر است؟
- ۴ عدد $(-۵)^{2n}$ عددی منفی است. ($n \in \mathbb{N}$)
- ۵ $۵ + ۲^3 > ۴^2 - ۳$
- ۶ کوچک‌ترین عدد طبیعی ۳ رقمی که مربع کامل باشد، عدد ۱۰۰ است.

پاسخ ۱ گزاره است و ارزش آن درست است.

۲ گزاره نیست چون یک موضوع سلیقه‌ای است.

۳ گزاره نیست چون جمله پرسشی است.

۴ گزاره است و ارزش آن نادرست است، چون به جای n هر عدد طبیعی که قرار دهیم حاصل $(-۵)^{2n}$ عددی مثبت می‌شود.

۵ گزاره است و ارزش آن نادرست است، زیرا $۵ + ۲^3 = ۱۳$ و $۴^2 - ۳ = ۱۳$ پس گزاره $۱۳ > ۱۳$ نادرست است.

۶ گزاره است و ارزش آن درست است، چون ۱۰۰ مربع کامل است و ضمناً کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی و طبیعی است که مربع کامل است.

■ جبر گزاره‌ها (حساب گزاره‌ها)

معمولاً گزاره‌ها را با یکی از حروف لاتین کوچک مثل $p, q, r, s, \dots$ نمایش می‌دهند. به کمک جبر گزاره‌ها می‌توانیم گزاره‌های مرکبی بسازیم که از دو یا چند گزاره ساده تشکیل شده‌اند و سپس ارزش این گزاره‌های مرکب را نیز تعیین می‌کنیم. برای تعیین ارزش یک گزاره مرکب، باید نحوه قرار دادن گزاره‌های ساده تشکیل دهنده آن را در جدول ارزش‌گذاری بلد باشیم. به جدول‌های زیر دقت کنید:

در جدول‌های زیر، ارزش درست یک گزاره را با «د» و ارزش نادرست را با «ن» نمایش داده‌ایم. (البته به جای «د» می‌توانیم از T و به جای «ن» می‌توانیم از F استفاده کنیم.)

p
د
ن

تعداد گزاره‌ها = 1

$2 = 2^1$ = تعداد ردیف‌های جدول

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

تعداد گزاره‌ها = 2

$4 = 2^2$ = تعداد ردیف‌های جدول

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

تعداد گزاره‌ها = 3

$8 = 2^3$ = تعداد ردیف‌های جدول

تذکر: در جدول‌های بالا، به هریک از ردیف‌های جدول، یک حالت ارزشی هم گفته می‌شود.

از جدول‌های قبل نتیجه می‌گیریم که در حالت کلی اگر n گزاره داشته باشیم تعداد ردیف‌های برابر 2^n خواهد بود. مثلاً اگر 5 گزاره داشته باشیم، در جدول ارزش‌گذاری آن‌ها به تعداد $32 = 2^5$ ردیف وجود خواهد داشت.

سؤال یک جدول ارزش‌گذاری دارای 64 ردیف می‌باشد. در این جدول، چند گزاره ساده وجود دارد؟

پاسخ اگر n تعداد گزاره‌های ساده باشد خواهیم داشت:

$$n = 6 \Rightarrow 2^n = 2^6 = 64 \Rightarrow 64 = 2^n \text{ را تجزیه می‌کنیم.} \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow n = 6 \text{ تعداد ردیف‌ها}$$

سؤال در یک جدول مربوط به n گزاره ساده اگر به تعداد گزاره‌های ساده 2 تا اضافه شود تعداد ردیف‌های جدول 64 شده است مقدار n را به دست آورید.

$$2^{n+2} = \text{تعداد ردیف‌های جدید} \quad , \quad 2^n = \text{تعداد ردیف‌های اولیه}$$

$$2^{n+2} = 64 \Rightarrow 2^{n+2} \text{ را تجزیه می‌کنیم} \Rightarrow 2^{n+2} = 64 \Rightarrow \text{طبق فرض سوال داریم}$$

$$n + 2 = 6 \Rightarrow n = 6 - 2 \Rightarrow n = 4 \quad \text{پایه‌ها مساوی هستند}$$

پس توان‌ها نیز باید مساوی باشند

آقا اجازه؟ تهریزه 64 رو چه پوری انجام دادین؟



برای تهریزه هر عدد، اون رو به اعداد اول 2، 3، 5، 7، 11 و ... تقسیم می‌کنیم تا به عدد 1 برسیم. دقت کن:



اعداد اول

64	2
32	2
16	2
8	$2 \Rightarrow 64 = 2^6$
4	2
2	2
1	

هالا فرض کن، می‌فوایم عدد ۹۸ رو تجزیه کنیم:

اعداد اول
↓

$$\begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 98 = 2 \times 7^2$$

نقیض یک گزاره

نقیض گزاره‌ای مثل p ، گزاره‌ای است که ارزش آن، دقیقاً مخالف ارزش p باشد. نقیض p را با نماد $\sim p$ نمایش می‌دهیم. برای ساختن نقیض گزاره‌های فارسی، کافی است فعل جمله را نفی کنیم؛ یعنی مثلاً اگر فعل جمله «است» بود به «نیست» تبدیل می‌شود یا اگر فعل جمله «نیست» بود به «است» تبدیل خواهد شد. روش دیگر این است که عبارت «چنین نیست که» را به ابتدای گزاره اضافه کنیم.

سؤال نقیض گزاره «۱۲ بر ۳ بخش پذیر است.» را بنویسید.

پاسخ نقیض این گزاره را به دو حالت می‌توان نوشت:

حالت اول ۱۲ بر ۳ بخش پذیر نیست.

حالت دوم چنین نیست که ۱۲ بر ۳ بخش پذیر باشد.

تذکر مهم اگر گزاره داده شده، شامل یک نماد ریاضی باشد، برای نقیض کردن آن به شکل زیر عمل می‌کنیم:

۱) نمادهای $<$ و $\geq$ نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $x < y$ و $x \geq y$ نقیض هم هستند.

۲) نمادهای $>$ و $\leq$ نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $5 > 7$ و $5 \leq 7$ نقیض هم هستند.

۳) نمادهای $=$ و $\neq$ نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $1 = (-1)^2$ و $1 \neq (-1)^3$ نقیض هم هستند.

۴) نمادهای $\in$ و $\notin$ نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $2 \in \mathbb{N}$ و $2 \notin \mathbb{N}$ نقیض هم هستند.

۵) نمادهای $\subseteq$ و $\not\subseteq$ نقیض هم هستند. **مثال** گزاره‌های $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$ و $\mathbb{N} \not\subseteq \mathbb{R}$ نقیض هم هستند.

سؤال نقیض عبارات و گزاره‌های زیر را نوشته و سپس ارزش هر گزاره و ارزش نقیضش را مشخص کنید.

۱) عددی مربع کامل است. **۲** $3^0 + 2^1 + 3^2 \neq 4^2$

۳) هر عدد صحیح x ، منفی است. **۴** $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$

پاسخ ۱) عددی مربع کامل است. (نادرست) ← نقیض ۳۳ عددی مربع کامل نیست. (درست)

۲) می‌دانیم که $3^0 = 1$ ، $3^2 = 9$ ، $4^2 = 16$ ، در نتیجه $3^0 + 2^1 + 3^2 = 1 + 2 + 9 = 12$ و چون $12 \neq 16$ ، گزاره $3^0 + 2^1 + 3^2 \neq 4^2$ درست است.

نادرست) $3^0 + 2^1 + 3^2 = 4^2$ → نقیض (درست) $3^0 + 2^1 + 3^2 \neq 4^2$

۳) هر عدد صحیح x ، منفی است. (نادرست) ← نقیض چنین نیست که هر عدد صحیح x ، منفی باشد. (درست)

تذکر مهم اگر کسی بگوید نقیض جمله «هر عدد صحیح x منفی است.» می‌شود «هر عدد صحیح x مثبت است.» اشتباه کرده؛ چون اگر x منفی نباشد ممکن است صفراً مثبت باشد پس نمی‌توانیم بگوییم حتماً مثبت است.

درست) $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{N}$ → نقیض (نادرست) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$ **۴**

جدول نقیض

اگر p گزاره‌ای دلخواه و $\sim p$ نقیض آن باشد، آن‌گاه جدول مربوط به این دو گزاره به شکل مقابل است:

p	$\sim p$
ن	د
د	ن

دو گزاره هم‌ارز: دو گزاره p و q را در صورتی هم‌ارز می‌گوییم که ارزش یکسان داشته باشند (هم‌ارزش باشند) یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند. نماد هم‌ارزی به شکل $\equiv$ می‌باشد، پس هم‌ارزی p و q را به صورت $p \equiv q$ نشان می‌دهیم. مثلاً گزاره‌های «همه اعداد منفی، از صفر کوچک‌ترند.» و «۲۵ مربع کامل است.» هم‌ارزند، چون هر دو ارزش درست دارند.

نمونه: $\sim(3 \in \mathbb{N}) \equiv (3 \notin \mathbb{N})$

سؤال هم‌ارزی‌های زیر را مانند نمونه حل شده، کامل کنید.

۳ $\sim(W \subseteq Q) \equiv ?$

۲ $\sim(\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}) \equiv ?$

۱ $\sim(\frac{1}{4} < \frac{1}{3}) \equiv ?$

۲ $\sim(\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}) \equiv (\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5})$

۱ پاسخ $\sim(\frac{1}{4} < \frac{1}{3}) \equiv (\frac{1}{4} \geq \frac{1}{3})$

۳ $\sim(W \subseteq Q) \equiv (W \not\subseteq Q)$

تذکر اگر از یک گزاره، دو بار نقیض بگیریم، خود آن گزاره به دست می‌آید؛ یعنی: $\sim(\sim p) \equiv p$

مثال $\sim[\sim(3 \in \mathbb{N})] \equiv (3 \in \mathbb{N})$

مثال $\sim[\sim(5 > 3)] \equiv (5 > 3)$

منطق ریاضی و گزاره‌ها

پرسش‌های تشریحی

بسته
۱

● درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

(خرداد ۱۴۰۲)

۱. جمله «سیب قرمز، از سیب زرد خوش مزه‌تر است» یک گزاره است.

۲. عبارت «عدد ۱۲ یک عدد اول است.» یک گزاره می‌باشد.

۳. نقیض گزاره « $3 < -\frac{1}{4}$ » برابر است با « $3 > -\frac{1}{4}$ »

۴. جدول ارزش‌گذاری مربوط به ۷ گزاره، دارای ۲۵۶ ردیف (سطر) می‌باشد.

۵. ارزش نقیض گزاره «۱۲۱ عددی مربع کامل نیست.» درست است.

۶. جمله «تو چرا همش سرت توی گوشی است؟» گزاره نیست.

● جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

(شهریور ۱۴۰۲)

۷. نقیض گزاره $\sim P$ گزاره می‌باشد.

(شهریور ۱۴۰۲)

۸. تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره برابر است.

(خرداد ۱۴۰۲)

۹. اگر ۴ گزاره داشته باشیم تعداد حالت‌ها در جدول ارزشی حالت است.

۱۰. نقیض نقیض گزاره P برابر با گزاره می‌شود.

۱۱. جمله «چلوکباب خوشمزه‌ترین غذای جهان است» یک گزاره محسوب

۱۲. نقیض گزاره « $\sqrt{3} \geq \sqrt{2}$ » برابر است با

● گزینه درست را انتخاب کنید.

(خرداد ۱۴۰۲)

۱۳. اگر تعداد حالت‌ها در جدول ارزشی برابر ۳۲ حالت باشد، تعداد گزاره‌ها برابر است با:

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(خرداد ۱۴۰۳)

۱۴. کدام یک از جملات زیر، گزاره است؟

(۴) عدد ۷ عددی اول است.

(۳) شما اهل کجایی؟

(۲) چه هوای سردی!

(۱) لطفاً در را باز کن.

۱۵. گزاره «۱۶۰۰ عددی اول نیست» با کدام گزاره، هم‌ارز است؟

(۲) وزن افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است.

(۱) معادله $x^2 - 3 = 0$ دو ریشه گویا دارد.

(۴) عبارت $x^2 - 10x + 9$ به کمک اتحاد جمله مشترک، قابل تجزیه است.

(۳) نمودار حبابی، ۲ متغیر کمی را نمایش می‌دهد.

۱۶. نقیض گزاره « $x + y = 1$ » کدام نیست؟ (X و Y اعداد حقیقی هستند.)

(۲) چنین نیست که مجموع X و Y برابر با ۱ باشد.

(۱) حاصل جمع X و Y برابر ۱ نیست.

$x + y < 1$ (۴)

$x + y \neq 1$ (۳)

۱۷. در یک جدول ارزش‌گذاری با n گزاره ساده، اگر تعداد گزاره‌ها را ۳ برابر کنیم، تعداد ردیف‌ها ۶۴ برابر می‌شود، n کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

(کتاب درسی)

۱۸. جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	ارزش p	گزاره $\sim p$	ارزش $\sim p$
$2^5 \times 2^8 = 2^{12}$			
		$+120 \geq -1200$	
میانۀ داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ عدد $2/5$ است.			
		مربع هر عدد طبیعی دلخواه، از خود آن عدد، کوچک‌تر است.	
معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد.			
		$2^2 \times (\frac{3}{5})^0 = 0$	

(کتاب درسی)

● کدام یک از جملات یا عبارات‌های زیر گزاره محسوب می‌شوند؟ ارزش هر گزاره را مشخص کنید.

۱۹. کسر $\frac{2x+1}{\sqrt{x}-3}$ عبارتی گویا است. ($x > 0$)

۲۰. هر عدد طبیعی از هر عدد صحیح بزرگ‌تر است.

۲۱. رشته مورد علاقه شما در دانشگاه چیست؟

۲۲. دامنه تابع $f = \{(1, 5), (6, 2), (3, 10)\}$ برابر است با $D_f = \{1, 3, 6\}$

۲۳. کوچک‌ترین عدد اول طبیعی عدد ۱ است.

۲۴. تعداد دندان‌های خراب هر فرد، متغیر کمی نسبتی است.

۲۵. رابطه $f = \{(5, 6), (7, 8), (9, 10)\}$ تابع است.

۲۶. عدد $(-2)^n$ همیشه عددی منفی است. ($n \in \mathbb{N}$)

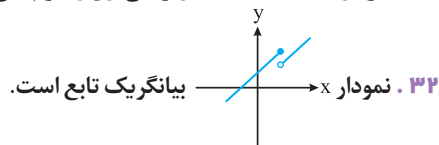
۲۷. روزی ۲ ساعت ریاضی بخوان.

۲۸. عدد 2^8 عدد بسیار بزرگی است.

۲۹. $-\frac{3}{5} > -\frac{1}{2}$

۳۰. رابطه $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ همواره درست است. ($a, b \in \mathbb{R}$)

۳۱. نمودار خط $y = 2x - 1$ از نواحی اول و سوم نمی‌گذرد.



(خرداد ۱۴۰۳)

۳۳. ارزش گزاره «عدد ۹ مربع کامل است» را مشخص کرده، سپس نقیض آن را بنویسید.

نمونه: $\sim(-6 > -2) \equiv (-6 \leq -2)$

● هم‌ارزی‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید.

۳۵. $\sim(\sqrt{25+9} \neq 5+3) \equiv ?$

۳۴. $\sim(24 \text{ عددی مرکب است.}) \equiv ?$

۳۷. $\sim(\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}) \equiv ?$

۳۶. $\sim(-12 \leq -8) \equiv ?$

۳۸. $\sim[\sim(2^4 \leq 4^2)] \equiv ?$

۳۹. جدول ارزش‌گذاری مربوط به ۷ گزاره، دارای چند ردیف (حالت ارزشی) می‌باشد؟

۴۰. یک جدول ارزش‌گذاری، دارای ۵۱۲ ردیف (حالت ارزشی) می‌باشد، این جدول، شامل چند گزاره است؟

ترکیب گزاره‌ها

صفحه ۴ تا ۶ کتاب درسی

بسته دوم



گزاره‌های عطفی و فصلی

گزاره‌های مرکب (ترکیب گزاره‌ها با هم): به کمک منطق ریاضی و جبر گزاره‌ها، دو یا چند گزاره ساده را به ۴ حالت می‌توانیم با هم ترکیب کنیم تا گزاره‌های مرکب ساخته شوند. دو حالت از این ۴ حالت را در این بسته و ۲ حالت دیگر را در بسته بعدی بررسی می‌کنیم.

ترکیب عطفی دو گزاره

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

اگر دو گزاره ساده p و q را با حرف ربط «و» به هم اتصال دهیم، گزاره مرکب $p \wedge q$ حاصل می‌شود که آن را « p و q » می‌خوانیم. البته دقت کنید که گزاره‌های p و q ممکن است هیچ ارتباطی با هم نداشته باشند. به عنوان مثال؛ گزاره «۲ عددی اول است» و «تهران پایتخت ایران است.» یک ترکیب عطفی است. واضح است که ترکیب عطفی $p \wedge q$ فقط وقتی درست است که هم p درست باشد و هم q . پس گزاره بالا درست است، چون می‌دانیم ۲ عددی اول است و تهران پایتخت ایران است. جدول ارزش‌گذاری $p \wedge q$ در حالت کلی به شکل مقابل است:

$$(p \wedge T) \equiv (T \wedge p) \equiv p$$

$$(p \wedge F) \equiv (F \wedge p) \equiv F$$

$$(p \wedge \sim p) \equiv (\sim p \wedge p) \equiv F$$

ملاحظه می‌کنید که اگر حتی یکی از گزاره‌های p یا q نادرست باشد، $p \wedge q$ نادرست خواهد بود.

نتیجه بسیار مهم از جدول: اگر T گزاره‌ای همیشه درست و F گزاره‌ای همیشه نادرست باشد و p گزاره‌ای دلخواه باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} (\sim r \wedge T) \equiv \sim r \\ (S \wedge F) \equiv F \\ (r \wedge \sim r) \equiv F \end{cases}$$

تذکر مهم: توجه کنید که به جای p و q در تمام مباحث این کتاب، می‌تواند هر گزاره دیگری هم استفاده شود مثلاً:

سؤال ارزش گزاره‌های عطفی زیر را تعیین کنید.

$$[-3 \notin \mathbb{Z}] \wedge \left[\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} > \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] \quad ۲$$

۱ $\frac{1}{3}$ عددی گویا است و انحراف معیار، جذر واریانس است.

$$(\mathbb{N} \not\subset \mathbb{R}) \wedge (\sqrt{2} \in \mathbb{Z}) \quad ۴$$

۳ a^2 عددی نامنفی است و ۱۲۱ عددی مربع کامل است. (a عدد حقیقی است)

پاسخ ۱ $\frac{1}{3}$ عددی گویا است و انحراف معیار، جذر واریانس است.
درست ← درست ← درست

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15} \quad , \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۲ ابتدا حاصل $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$ و $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ را به دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را مقایسه می‌کنیم:

$$[-3 \notin \mathbb{Z}] \wedge \left[\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} > \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right]$$

درست ← نادرست ← نادرست

می‌دانیم $\frac{4}{3}$ از $\frac{1}{4}$ بزرگ‌تر است، لذا گزاره $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} > \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ درست است.

$$(\mathbb{N} \not\subset \mathbb{R}) \wedge (\sqrt{2} \in \mathbb{Z})$$

نادرست ← نادرست ← نادرست

۳ a^2 عددی نامنفی است و ۱۲۱ عددی مربع کامل است. (a هر عدد حقیقی که باشد، حاصل a^2 صفر یا مثبت است پس نامنفی است).

۴ درست ← درست ← درست

سؤال در گزاره «فروردین ۳۱ روز دارد و» در جای خالی چه گزاره‌ای قرار دهیم تا ارزش کل این گزاره عطفی، نادرست باشد؟

۲ گروه خونی افراد، متغیر کیفی ترتیبی است.

$$-3 \in \mathbb{Z} \quad ۱$$

۴ نمودار راداری، مقادیر حداقل ۳ متغیر را نمایش می‌دهد.

$$\frac{1}{2} \notin \mathbb{N} \quad ۳$$

پاسخ گزینه «۲»

ارزش «فروردین ۳۱ روز دارد» درست است، پس باید در جای خالی گزاره‌ای نادرست قرار دهیم تا ارزش کل گزاره عطفی ما، نادرست شود. می‌دانیم گروه خونی افراد، متغیر کیفی اسمی است؛ بقیه گزاره‌های موجود در گزینه‌ها همگی درست هستند.

ترکیب فصلی دو گزاره

اگر دو گزاره ساده p و q را با حرف ربط «یا» به هم اتصال دهیم، گزاره مرکب $p \vee q$ حاصل می‌شود که آن را « p یا q » می‌خوانیم.
مثلاً گزاره « $\frac{3}{5}$ عددی طبیعی است یا 50 مضرب 5 است» یک ترکیب فصلی است.

واضح است که اگر هم p نادرست باشد و هم q ، گزاره $p \vee q$ نادرست است و در بقیه حالت‌ها درست است. پس گزاره اخیر درست است؛ چون p نادرست است ($\frac{3}{5}$ عدد طبیعی نیست) ولی q درست است. (50 بر 5 بخش پذیر است).
جدول ارزش‌گذاری $p \vee q$ به شکل روبه‌رو است:

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

نتیجه مهم از جدول: اگر T گزاره‌ای همیشه درست و F گزاره‌ای همیشه نادرست و p گزاره‌ای دلخواه باشد، آن‌گاه:

$$(p \vee T) \equiv (T \vee p) \equiv T$$

$$(p \vee F) \equiv (F \vee p) \equiv p$$

$$(p \vee \sim p) \equiv (\sim p \vee p) \equiv T$$

$$\xrightarrow{\text{مثال}} (\sim q \vee T) \equiv T \text{ و } (\sim s \vee F) \equiv \sim s$$

سؤال ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (در قسمت‌های ۳ و ۴ متغیر x عدد طبیعی است).

۱ ۱۲۵ عددی فرد یا مربع کامل است.

۲ $(100 \text{ مضرب } 5 \text{ است}) \vee (-3 \geq -10)$

۳ $[(a-b)(a+b) = a^2 - b^2] \vee (x^2 \geq x)$

۴ معادله $x^2 - 4 = 0$ ریشه ندارد یا حاصل $(x-1)^3$ همواره منفی است.



پاسخ

۱ ۱۲۵ عددی فرد است یا ۱۲۵ عددی مربع کامل است.

درست نادرست درست

۲ $(100 \text{ مضرب } 5 \text{ است}) \vee (-3 \geq -10)$

درست درست درست

۳ $[(a-b)(a+b) = a^2 - b^2] \vee (x^2 \geq x)$

درست درست درست (اتحاد مزدوج)

۴ معادله $x^2 - 4 = 0$ ریشه ندارد یا حاصل $(x-1)^3$ منفی است.

نادرست نادرست نادرست

$(x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} x = 2)$
 x طبیعی است

استاد زرا اندوز من در قسمت ۳ نفهمیدم چرا نوشتین گزاره $x^2 \geq x$ درسته؟



در فرض سؤال، گفته شده که x عددی طبیعی هست، فب شما هر عدد طبیعی به یک رو که به توان ۲ برسونی از خود اون عدد بزرگ‌تر میشه مثلاً: $5^2 > 5$



یا $3^2 > 3$. اگر x برابر با یک باشه که $1^2 = 1$ میشه پس در کل میشه گفت: $x^2 \geq x$

بازم بیفتید در قسمت (۴)، چرا گزاره «حاصل $(x-1)^3$ عددی منفی است» نادرسته؟



به پای x هر عدد طبیعی که بزاری حاصل $(x-1)^3$ یا صفر میشه یا مثبت. آگه شک داری امتحان کن.



قانون دمورگان

گاهی لازم است نقیض یک گزاره عطفی یا فصلی را تعیین کنیم. برای این منظور از قوانین دمورگان به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\boxed{1} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\boxed{2} \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

یعنی برای پیدا کردن نقیض $p \vee q$ تک تک گزاره‌های p و q را نقیض می‌کنیم و علامت « $\vee$ » به « $\wedge$ » تبدیل می‌شود. به طریق مشابه می‌توان گفت برای نقیض کردن $p \wedge q$ تک تک گزاره‌های p و q را نقیض کرده و علامت « $\wedge$ » را به « $\vee$ » تبدیل می‌کنیم یعنی حرف «و» به «یا» و حرف «یا» به «و» تبدیل می‌شود. مثلاً درستی قانون (۱) را به کمک رسم جدول، اثبات می‌کنیم.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

سؤال نقیض گزاره‌های زیر را به دست آورید.

$$\boxed{1} (3 \notin \mathbb{Z}) \wedge (\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W})$$

$$\boxed{2} (\frac{1}{5} < \frac{1}{7}) \vee (\sqrt{3} > \sqrt{2})$$

۳ عددی اول است و ۶۳ مضرب ۲ است.

۴ ۵ مقسوم علیه ۱۰۰ نیست یا درآمد افراد، متغیر کمی نسبیتی است.

پاسخ ۱ از قانون ۲ دمورگان استفاده می‌کنیم:

$$\sim[(3 \notin \mathbb{Z}) \wedge (\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W})] \equiv [\sim(3 \notin \mathbb{Z}) \vee \sim(\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W})] \equiv (3 \in \mathbb{Z}) \vee (\mathbb{N} \not\subseteq \mathbb{W})$$

$$\boxed{2} \sim[(\frac{1}{5} < \frac{1}{7}) \vee (\sqrt{3} > \sqrt{2})] \equiv \sim(\frac{1}{5} < \frac{1}{7}) \wedge \sim(\sqrt{3} > \sqrt{2}) \equiv (\frac{1}{5} \geq \frac{1}{7}) \wedge (\sqrt{3} \leq \sqrt{2})$$

۳ عددی اول نیست یا ۶۳ مضرب ۲ نیست. (حرف «و» به «یا» تبدیل می‌شود و تک تک گزاره‌ها نقیض می‌شوند).

۴ ۵ مقسوم علیه ۱۰۰ است و درآمد افراد، متغیر کمی نسبیتی نیست. (حرف «یا» به «و» تبدیل می‌شود و تک تک گزاره‌ها نقیض می‌شوند).

سؤال ۱ اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گذاری گزاره $(p \vee \sim q) \wedge \sim p$ را رسم کنید.

۲ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(\sim p \wedge \sim q) \vee (r \wedge p)$ را بدون رسم جدول تعیین کنید.

پاسخ ۱

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$(p \vee \sim q) \wedge \sim p$
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee (r \wedge p) \equiv (\sim T \wedge \sim F) \vee (r \wedge T) \equiv \underbrace{(F \wedge T)}_F \vee \underbrace{(r \wedge T)}_r \equiv r$$

۲

سؤال اگر بدانیم که $p \vee q \equiv F$ و $s \wedge r \equiv T$ ارزش گزاره $(\sim p \wedge r) \vee \sim q$ را تعیین کنید.

پاسخ از نادرستی گزاره $p \vee q$ نتیجه می‌گیریم که هم p و هم q نادرست هستند. از درستی $s \wedge r$ هم نتیجه می‌گیریم که هم s و هم r درست هستند، لذا:

$$[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \equiv [\underbrace{(T \wedge T)}_T \vee T] \equiv T$$

قانون جذب

بچه های عزیز، به ۲ قانون زیر، قوانین جذب می‌گوییم:

$$\begin{array}{l} \text{تکراری} \\ 1) \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ \text{تکراری} \\ 2) \quad p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{array}$$

در هر ۲ قانون مشاهده می‌کنید که یک گزاره تکراری در داخل و بیرون پرانتز وجود دارد و ضمناً یک علامت « $\vee$ » و یک علامت « $\wedge$ » مشاهده می‌کنیم. این قوانین به کمک رسم جدول ارزش‌گذاری هم قابل اثبات هستند، ولی بدون اثبات هم می‌توانید از آن‌ها در امتحان نهایی استفاده کنید.

سؤال حاصل گزاره $p \wedge (\sim p \vee s)$ چیست؟

پاسخ $\sim p$

هم در داخل پرانتز و هم بیرون پرانتز تکرار شده و ضمناً هم « $\vee$ » داریم و هم « $\wedge$ »، لذا طبق قانون جذب خواهیم داشت:

$$\sim p \wedge (\sim p \vee s) \equiv \sim p$$

فاکتورگیری در گزاره‌ها

به گزاره مقابل توجه کنید:

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

در هر پرانتز، p و نماد « $\wedge$ » را مشاهده می‌کنیم. پس می‌توانیم از عبارت « $p \wedge$ » فاکتور بگیریم و ۲ پرانتز را به یک پرانتز تبدیل کنیم:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv \text{گزاره بالا}$$

سؤال حاصل $(\sim q \vee s) \wedge (\sim q \vee \sim s)$ را بدون رسم جدول به دست آورید.

پاسخ از عبارت « $\sim q$ » فاکتور می‌گیریم:

$$\sim q \vee (s \wedge \sim s) \equiv \sim q \vee F \equiv \sim q$$

F

تذکره بچه‌های عزیز اگر حفظ این قوانین برایتان مشکل است، اجباری در استفاده از آن‌ها نیست و همیشه می‌توانید در امتحان نهایی از روش رسم جدول ارزش‌گذاری استفاده کنید.

ترکیب گزاره‌ها

پرسش‌های تشریحی

بسته
۲

● درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۴۱. گزاره فصلی $p \vee \sim p$ همواره درست است.
(خرداد ۱۴۰۲)
۴۲. گزاره $p \wedge \sim p$ همواره نادرست است.
(خرداد ۱۴۰۳)
۴۳. گزاره $(p \wedge T) \vee (q \vee F)$ هم‌ارز با گزاره $(p \wedge q)$ است.
(شهریور ۱۴۰۲)
۴۴. ارزش گزاره $\sim p \vee T$ وابسته به ارزش p است.
(شهریور ۱۴۰۲)
- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.
۴۵. نقیض گزاره $p \vee \sim q$ گزاره می‌باشد.
(شهریور ۱۴۰۲)
۴۶. اگر حداقل ارزش یکی از دو گزاره درست باشد، در این صورت ارزش ترکیب آن‌ها درست است.
(خرداد ۱۴۰۲)
۴۷. ارزش گزاره $p \vee \sim p$ همواره است.
(خرداد ۱۴۰۲)

● گزینه درست را انتخاب کنید.

۴۸. اگر p و q دو گزاره و دلخواه باشند، در چه صورت ارزش گزاره مرکب $p \wedge q$ درست است؟
(شهریور ۱۴۰۲)
- ۱) درست و q نادرست
۲) p و q هر دو درست
۳) p و q هر دو نادرست
۴) گزینه (۱) و (۳)

۴۹. برای ترکیب فصلی دو گزاره p و q از حرف ربط استفاده شده و آن را با نماد q p نمایش می‌دهند.
(خرداد ۱۴۰۲)
- ۱) و - $\vee$
۲) و - $\wedge$
۳) یا - $\vee$
۴) یا - $\wedge$

۵۰. در جای خالی کدام گزاره باید قرار بگیرد؟
(۲) مجموع دو عدد گنگ، ممکن است گویا باشد.
(۳) تقسیم دو عدد گنگ، همواره گویا است.
(۴) ضرب یک عدد گویا (به جز صفر) در یک عدد گنگ، ممکن است گویا باشد.

(خرداد ۱۴۰۳)

۵۱. هم‌ارز گزاره $(p \wedge q) \sim$ کدام گزاره است؟

$$p \wedge \sim q \quad (۴) \quad \sim p \vee \sim q \quad (۳) \quad p \vee \sim q \quad (۲) \quad \sim (p \vee q) \quad (۱)$$

۵۲. نقیض گزاره $s \wedge (s \vee q)$ کدام است؟

$$\sim q \quad (۴) \quad \sim s \quad (۳) \quad q \quad (۲) \quad s \quad (۱)$$

(شهریور ۱۴۰۲)

۵۳. جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفته ۷ روز دارد و	✓	
۲	 یا ۵ عددی زوج است.		✓

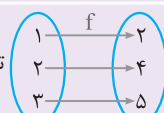
(کتاب درسی)

۵۴. جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	در تابع $f(x) = x^2 - 5x$ متغیر مستقل برابر $f(x)$ است و درآمد افراد، متغیر کمی نسبتی است.		
۲	حاصل $(-5)^4$ عددی منفی نیست و رنگ پیراهن افراد، متغیر کیفی اسمی نیست.		
۳	۱۸ مضرب ۹ است و		✓
۴	 و شیب هر خط عمودی (موازی محور عرض‌ها) تعریف نشده است.	✓	
۵	طول رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ برابر ۲- است و $\mathbb{Z} \not\subseteq \{0, 1, 2\}$		
۶	مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۱۰ عبارتند از: ۱، ۲، ۵، ۱۰ و میانه یک سری از داده‌ها همان چارک دوم است.		
۷	$(\sqrt{100-25} = 10-5) \wedge \left(\left(\frac{2}{3} \right)^{-4} \neq \left(\frac{3}{2} \right)^4 \right)$		
۸	مربع هر عدد حقیقی منفی، از خود آن عدد کوچک‌تر است و مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.		

(کتاب درسی)

۵۵. جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	عدد ۲۳ زوج یا اول است.		
۲	عدد ۵۸ بر ۳ یا ۵ بخش پذیر است.		
۳	کسر $\frac{x^2}{ x -1}$ عبارتی گویا است یا ۸۰ عددی مرکب	✓	
۴	$(\sqrt{3} \in \mathbb{Z}) \vee ((-2)^4 \geq (-4)^2)$		
۵	اندازه‌قد افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است یا ارسطو نویسنده کتاب ارغنون نیست.		
۶	نمودار و  تابع نیست یا	✓	
۷	تجزیه شده عبارت $4x^2 - 4x + 1$ به صورت $(2x - 1)^2$ است یا	✓	
۸	معکوس هر عدد حقیقی مثبت، کوچک‌تر از خود آن عدد است یا مجموع هر عدد طبیعی زوج با هر عدد طبیعی فرد، عددی فرد است.		

(کتاب درسی)

● با استفاده از جدول ارزش‌گذاری، درستی یا نادرستی هم‌ارزی‌های زیر را بررسی کنید.

۵۷. $(p \vee \sim p) \equiv F$

۵۶. $(p \wedge \sim p) \equiv F$

(خرداد ۱۴۰۲)

۵۹. $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

۵۸. $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

۶۱. $[p \vee (\sim p \wedge q)] \equiv (p \vee q)$ (شهریور ۱۴۰۲)

۶۰. $[p \wedge (p \vee q)] \equiv p$

$$\begin{aligned} ۶۳. [p \vee (q \vee r)] &\equiv [(p \vee q) \vee r] & ۶۲. [p \wedge (\sim p \vee q)] &\equiv (p \wedge q) \\ ۶۵. [p \wedge (q \vee r)] &\equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)] & ۶۴. [p \wedge (q \wedge r)] &\equiv [(p \wedge q) \wedge r] \\ ۶۷. [p \wedge (\sim p \wedge \sim q)] &\equiv F & ۶۶. [p \vee (q \wedge r)] &\equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \\ & & ۶۸. [\sim (p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)] &\equiv p \end{aligned}$$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

● بدون رسم جدول ارزش‌گذاری، طرف دوم هم‌ارزی‌های زیر را به دست آورید.

$$۶۹. \sim(\sim p) \vee \sim(\sim T) \equiv ?$$

$$۷۰. (\sim p \vee T) \wedge (F \wedge \sim p) \equiv ?$$

$$۷۱. \sim(p \vee \sim p) \wedge \sim(q \wedge \sim q) \equiv ?$$

۷۲. اگر فرض کنیم که گزاره $p \wedge q$ گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، بدون رسم جدول، ارزش گزاره $p \vee (q \wedge r)$ را تعیین کنید. (مشابه تمرین کتاب درسی)

۷۳. بدون رسم جدول، طرف دیگر هم‌ارزی‌های زیر را به دست آورید. (T گزاره همواره درست و F گزاره همواره نادرست است.) (کتاب درسی)

$$\sim p \wedge \sim F \equiv ? \quad (a) \quad (p \wedge \sim p) \vee (q \vee T) \equiv ? \quad (b)$$

۷۴. اگر ارزش گزاره $p \vee q$ نادرست و ارزش $\sim r$ درست باشد، ارزش گزاره $(\sim p \wedge q) \vee r$ را تعیین کنید.

۷۵. اگر گزاره $p \vee (\sim q \vee r)$ نادرست باشد، بدون رسم جدول، ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

$$\sim p \vee (q \wedge r) \equiv ? \quad (a) \quad \sim(p \vee q) \wedge \sim(\sim r) \equiv ? \quad (b)$$

● نقیض گزاره‌های زیر را به دست آورید سپس ارزش آن‌ها را تعیین کنید.

۷۶. ۱۳ مضرب ۲ نیست و میانه یک سری از داده‌ها همان چارک اول است. ۷۷. ۴ عدد مرکب است یا مسکو پایتخت روسیه نیست.

$$۷۸. \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\} \subseteq \mathbb{R} \wedge (-6 < -10) \quad ۷۹. (\frac{1}{8} \notin \mathbb{Z}) \vee (\sqrt{5} \neq 1)$$

(مخصوص علاقه‌مندان)

۸۰. اگر بدانیم که $F \equiv p \vee (\sim s \wedge p) \sim s$ در این صورت ارزش گزاره $s \wedge p$ چگونه است؟

ترکیب شرطی و دو شرطی گزاره‌ها

صفحه ۶ تا ۱۱ کتاب درسی

بسته سوم



الف ترکیب شرطی

الف

همان‌طور که از نام این گزاره برمی‌آید منظور از ترکیب شرطی دو گزاره p و q این است که از گزاره p گزاره q را نتیجه بگیریم و این موضوع را به شکل $p \Rightarrow q$ نمایش می‌دهیم. به p مقدم و به q تالی می‌گوییم. دقت کنید که به چند حالت مختلف، می‌توان گزاره $p \Rightarrow q$ را بیان کرد:

۱) نتیجه می‌دهد q را ۲) اگر p آنگاه q ۳) شرط کافی است برای q ۴) شرط لازم است برای p

سؤال گزاره شرطی مقابل را به حالت‌های مختلف، بیان کنید.

آن عدد بر ۲ بخش پذیر است. $\Rightarrow$ اگر عددی، زوج باشد.
p q

پاسخ ۱- زوج بودن هر عدد نتیجه می‌دهد بخش پذیر بودن آن عدد بر ۲ را.

۲- اگر عددی زوج باشد آنگاه آن عدد بر ۲ بخش پذیر است.
p q

۳- زوج بودن هر عدد، شرط کافی است برای بخش پذیر بودن آن عدد بر ۲.
p q

۴- بخش پذیر بودن هر عدد بر ۲، شرط لازم است برای زوج بودن آن عدد.
p q

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

جدول ارزش گذاری گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت روبه رو است:

از جدول مقابل نتیجه می گیریم که $p \Rightarrow q$ فقط وقتی نادرست است که مقدم (p) درست و تالی (q) نادرست باشد. ضمناً در دو ردیف آخر جدول، می بینید با آن که مقدم (p) نادرست است، ارزش $p \Rightarrow q$ درست است. در این دو حالت اصطلاحاً می گوئیم گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است. یعنی در این دو حالت چون ارزش p نادرست است، ارزش q هر چه باشد مهم نیست و ارزش $p \Rightarrow q$ درست خواهد بود.

نکته اگر T به معنای درست و F به معنای نادرست و p گزاره ای دلخواه باشد داریم:

❶ $(p \Rightarrow T) \equiv T$

❷ $(p \Rightarrow F) \equiv \sim p$

❸ $(T \Rightarrow p) \equiv p$

❹ $(F \Rightarrow p) \equiv T$

مثلاً خیلی سریع میشه گفت:

$(\sim q \Rightarrow T) \equiv T$

$(\sim q \Rightarrow F) \equiv q$

$(T \Rightarrow S) \equiv S$

$(F \Rightarrow \sim S) \equiv T$

سؤال ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید.

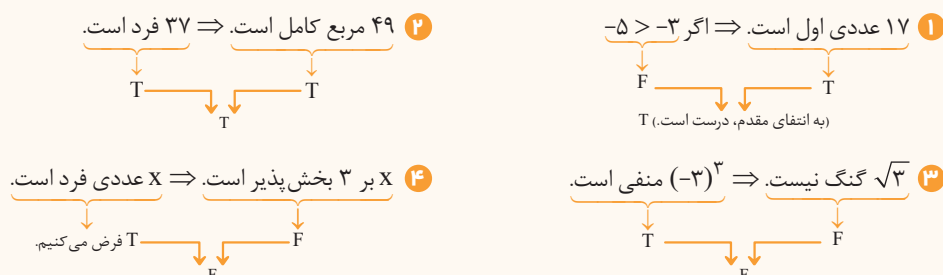
❶ اگر $3 > 5$ - آن گاه 17 عددی اول است.

❷ فرد بودن عدد 37 نتیجه می دهد، مربع کامل بودن عدد 49 را.

❸ منفی بودن عدد 3^3 (-3) شرط کافی است برای گنگ نبودن عدد $\sqrt{3}$.

❹ بخش پذیر بودن x بر عدد 3، شرط لازم است برای فرد بودن x (x عددی طبیعی است).

پاسخ برای راحتی کار، همه گزاره ها را به شکل $p \Rightarrow q$ می نویسیم و بررسی می کنیم:



تذکر دقت کنید در گزاره های شرطی، اگر مقدم و تالی به هم وابستگی داشته باشند، مقدم را درست فرض می کنیم و فقط درستی یا نادرستی تالی را بررسی می کنیم. در قسمت (4) این سؤال، x هم در مقدم است و هم در تالی، پس «x عددی فرد است» را درست فرض کردیم. حالا اگر x فرد باشد آیا x حتماً بر 3 بخش پذیر است؟ جواب منفی است چون مثلاً 5 بر 3 بخش پذیر نیست. پس تالی نادرست است. پس کل گزاره هم نادرست خواهد بود.

نکته ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ با ارزش گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ برابر است. ضمناً به گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ می گوئیم. حالا درستی هم ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ را اثبات می کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

این دو ستون، یکسان شدند. پس هم ارزی، درست است.

تبدیل گزاره شرطی به فصلی

ما همواره می‌توانیم یک گزاره شرطی را به یک گزاره فصلی تبدیل کنیم که برای این کار از هم‌ارزی زیر استفاده می‌کنیم:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

مقدم را نقیض می‌کنیم.

اثبات این هم‌ارزی به کمک جدول ارزش‌گذاری به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

این دو ستون، یکسان شدند.

مثلاً در گزاره شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow r$ ، گزاره $(p \wedge q)$ مقدم و گزاره r تالی است. حالا طبق نکته بالا عمل می‌کنیم:

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \equiv [\sim(p \wedge q) \vee r] \equiv [(\sim p \vee \sim q) \vee r]$$

مقدم را نقیض می‌کنیم.

حالا از دموگان استفاده می‌کنیم.

سؤال نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ را بنویسید.

پاسخ

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

دموگان

تبدیل شرطی به فصلی

تذکر البته باز هم باید بگم که استفاده از این قانون در امتحان نهایی اجباری نیست و شما می‌توانید از رسم جدول استفاده کنید. یعنی فقط کافی به شکل زیر جدول رو رسم کنید:

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$
د	د	د	ن
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن

ترکیب دو شرطی

ب

اگر بخواهیم هم از p به q برسیم و هم از q به p ، یک ترکیب دو شرطی به صورت $p \Leftrightarrow q$ ایجاد می‌شود. در واقع می‌توان گفت گزاره $p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز است با گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$. گزاره $p \Leftrightarrow q$ را به چند حالت می‌توان بیان کرد که عبارتند از:

- ۱ اگر p آن‌گاه q و اگر q آن‌گاه p .
- ۲ اگر و تنها اگر p .
- ۳ اگر p آن‌گاه q و برعکس.
- ۴ p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را.
- ۵ p شرط لازم و کافی است برای q .
- ۶ q شرط لازم و کافی است برای p .

به عنوان مثال، گزاره زیر را به چند حالت دیگر نمایش می‌دهیم:

$$\sqrt{3} \text{ گنگ است} \Leftrightarrow 2 \text{ زوج است.}$$

p q

۲ زوج است اگر و تنها اگر $\sqrt{3}$ گنگ است. $\underbrace{\hspace{1cm}}_p \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_q$

اگر ۲ زوج باشد، آن گاه $\sqrt{3}$ گنگ است و برعکس. $\underbrace{\hspace{1cm}}_p \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_q$

زوج بودن ۲، شرط لازم و کافی برای گنگ بودن $\sqrt{3}$ است. $\underbrace{\hspace{1cm}}_p \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_q$

جدول ارزش درستی گزاره $p \Leftrightarrow q$ به صورت زیر است (در واقع $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را ارزش گذاری می کنیم):

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

نتیجه جدول ارزش گذاری: اگر p و q هم ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست باشند) گزاره $p \Leftrightarrow q$ درست است. ضمناً توجه کنید که $p \Leftrightarrow q$ فرقی با $p \Leftrightarrow q$ ندارد.

سؤال درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.

۱ $(-2 \leq -1) \Leftrightarrow (5^3 = 125)$

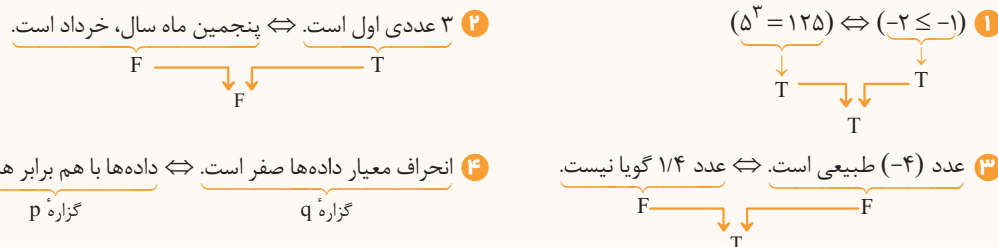
۲ اگر پنجمین ماه سال، خرداد باشد، آن گاه ۳ عددی اول است و برعکس.

۳ گویا نبودن عدد $1/4$ شرط لازم و کافی است برای طبیعی بودن عدد -4 .

۴ اگر داده ها با هم مساوی باشند، آن گاه انحراف معیار آن ها صفر است و برعکس.

۵ اگر دو عدد فرد باشند، آن گاه مجموع آن ها زوج است و برعکس.

پاسخ برای راحتی حل، همه گزاره ها را به صورت $p \Leftrightarrow q$ می نویسیم. توجه کنید که $p \Leftrightarrow q$ وقتی درست است که p و q هم ارزش باشند:



الان دو گزاره p و q به هم وابسته هستند. چون گزاره، دو شرطی است باید ۲ حالت جداگانه برای بررسی ارزش آن، در نظر بگیریم و در هر حالت، مقدم را درست فرض می کنیم:

حالت اول انحراف معیار آن ها صفر است. $\Rightarrow$ اگر داده ها برابر باشند. $\underbrace{\hspace{1cm}}_T \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_T$

حالت دوم داده ها برابرند. $\Rightarrow$ اگر انحراف معیار صفر باشد. $\underbrace{\hspace{1cm}}_T \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_T$

ملاحظه می کنید که در هر دو حالت ۱ و ۲، تالی ها درست هستند پس کل گزاره $p \Leftrightarrow q$ درست است.

۵ باز هم دو گزاره p و q در $p \Leftrightarrow q$ به هم وابسته هستند، لذا مانند قسمت قبل عمل می کنیم:

حالت اول مجموعشان زوج است. $\Rightarrow$ اگر دو عدد فرد باشند. $\underbrace{\hspace{1cm}}_T \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_T$

حالت دوم آن دو عدد فرد هستند. $\Rightarrow$ اگر مجموع دو عدد زوج باشد. $\underbrace{\hspace{1cm}}_T \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_F$

در هر ۲ حالت، مقدم ها را درست فرض کرده و فقط تالی ها را بررسی کرده ایم. یکی از تالی ها نادرست شد پس کل گزاره $p \Leftrightarrow q$ نادرست است. دقت دارید که ممکن است مجموع دو عدد زوج باشد، ولی آن دو عدد فرد نباشند؛ مثلاً مجموع دو عدد ۲ و ۴ زوج است، ولی خود ۲ و ۴ فرد نیستند.

نکته اگر T به معنای درست، F به معنای نادرست و p گزاره‌ای دلخواه باشد، همواره خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ll} \text{① } (P \Leftrightarrow T) \equiv P & \text{خودش} \\ \text{② } (P \Leftrightarrow F) \equiv \sim P & \text{نقیضش} \end{array}$$

ضمناً دقت کنید که $(P \Leftrightarrow T)$ فرقی با $(T \Leftrightarrow P)$ ندارد. هم‌چنین $(P \Leftrightarrow F)$ فرقی با $(F \Leftrightarrow P)$ ندارد.

سؤال طرف دوم هم‌ارزی‌های زیر را بنویسید.

$$(\sim q \Leftrightarrow F) \equiv ? \quad (T \Leftrightarrow s) \equiv ?$$

پاسخ طبق نکته ۲ داریم:

$$(\sim q \Leftrightarrow F) \equiv \sim(\sim q) \equiv q$$

نقیضش

طبق نکته ۱ داریم:

$$(T \Leftrightarrow s) \equiv s$$

خودش

سؤال ۱ اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست باشد و گزاره $r \wedge s$ درست باشد، ارزش گزاره $(\sim r \Leftrightarrow p) \wedge (\sim q \Rightarrow s)$ را بدون رسم جدول تعیین کنید.

۲ جدول ارزش درستی گزاره مقابل را رسم کنید. $(p \wedge q) \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow p)$

پاسخ ۱ چون ارزش $p \Rightarrow q$ نادرست است، پس p درست و q نادرست است، از طرفی ارزش $r \wedge s$ درست است، پس هم r درست است و هم s، لذا:

$$[(\sim r \Leftrightarrow p) \wedge (\sim q \Rightarrow s)] \equiv [(\sim T \Leftrightarrow T) \wedge (\sim F \Rightarrow T)] \equiv [(F \Leftrightarrow T) \wedge (T \Rightarrow T)] \equiv F$$

F T

۲

p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim q \Leftrightarrow p$	$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow p)$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د

وابسته بودن گزاره‌های p و q در $p \Leftrightarrow q$

در گزاره $p \Leftrightarrow q$ اگر p و q به هم ربط داشته باشند باید یک بار $p \Rightarrow q$ و یک بار $q \Rightarrow p$ را بررسی کنیم و در هر دو حالت، فرض می‌کنیم، مقدم‌ها درست هستند و ارزش تالی‌ها را بررسی می‌کنیم، اگر در هر دو حالت، تالی‌ها درست بودند می‌گوییم گزاره $p \Leftrightarrow q$ درست است.

سؤال ارزش گزاره «اگر x و y اعدادی فرد باشند، آن‌گاه $x + y$ زوج است و برعکس» را بررسی کنید.

پاسخ الان دو قسمت گزاره به هم وابستگی دارند، پس دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول $(x + y \text{ زوج است}) \Rightarrow (x \text{ و } y \text{ فرد باشند})$
بررسی می‌کنیم. مقدم را خودمان درست فرض می‌کنیم.

خب حتماً می‌دانید که اگر دو عدد فرد باشند، حاصل جمع آن‌ها همیشه زوج است پس تالی گزاره بالا درست است.

حالت دوم $(x \text{ و } y \text{ فرد هستند}) \Rightarrow (x + y \text{ زوج باشد})$
بررسی می‌کنیم. باز هم مقدم را درست فرض می‌کنیم.

آیا اگر جمع دو عدد، زوج باشد، آن دو عدد حتماً فرد هستند؟ خیر. ممکن است آن دو عدد زوج باشند، پس تالی حالت ۲ نادرست است و کل گزاره دو شرطی هم نادرست خواهد بود.

۲

بخش



پاسخ نامه

فصل ۱

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

۱ | نادرست؛ چون جمله داده شده، سلیقه‌ای است و قابل ارزش‌گذاری نیست.

۲ | درست؛ جمله داده شده، قابل ارزش‌گذاری است، یعنی بالاخره ۱۲ یا اول هست یا نیست.

۳ | نادرست؛ نقیض گزاره « $3 < \frac{1}{p}$ » برابر است با « $3 \geq \frac{1}{p}$ » البته جواب « $3 < \frac{1}{p}$ » هم قابل قبول است.

۴ | نادرست؛ $2^7 = 128$ تعداد ردیف‌ها

۵ | درست؛ نقیض گزاره داده شده برابر می‌شود با:

«۱۲۱ عددی مربع کامل است.» که ارزش درست دارد، زیرا $\sqrt{121} = 11$ یعنی ۱۲۱ جذر کامل دارد.

۶ | درست؛ با جمله‌ای سؤال‌ی مواجه هستیم، پس گزاره نداریم. ضمناً سعی کنید سرتون انقدر توی گوشیاتون نباشه لطفاً. آفه پرا با روح و روان ما ریاضیدان‌ها بازی می‌کنید؟

۷ | p

۸ | زیرا تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره برابر 2^n است لذا: $2^3 = 8$

۹ | زیرا داریم: $2^4 = 16$

۱۰ | p؛ دو نقیض متوالی، همدیگر را خنثی می‌کنند، پس داریم:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

۱۱ | نمی‌شود؛ جمله داده شده، سلیقه‌ای است و قابل ارزش‌گذاری نیست.

۱۲ | $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ ؛ فکر کنم نیاز به هیچ توضیحی ندارد.

۱۳ | گزینه «۳» زیرا: $2^5 = 32 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$

۱۴ | گزینه «۴»؛ جملات مطرح شده در سایر گزینه‌ها قابل ارزش‌گذاری نیستند پس گزاره محسوب نمی‌شوند.

۱۵ | گزینه «۴»؛ معادله $x^2 - 3 = 0$ دو ریشه گنگ دارد:

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

وزن افراد، متغیر کمی نسبتی است. نمودار حبابی، ۳ متغیر کمی اصلی را نشان می‌دهد. عبارت $x^2 - 10x + 9$ به کمک اتحاد جمله مشترک قابل تجزیه است:

$$x^2 - 10x + 9 = (x - 9)(x - 1)$$

۱۶ | گزینه «۴»؛ گزاره داده شده به زبان فارسی برابر است با: «مجموع اعداد حقیقی x و y برابر ۱ است.» برای نقیض کردن آن، چند روش وجود دارد، یکی این‌که کلمه «است» در جمله فارسی داده شده را به «نیست» تبدیل کنیم. پس گزینه (۱) مشکلی ندارد، یا می‌توانیم به ابتدای گزاره داده شده، عبارت «چنین نیست که» اضافه کنیم پس عبارت گزینه (۲) هم به درستی نوشته شده است. ضمناً نقیض «=» برابر با « $\neq$ » است پس عبارت (۳) هم مشکلی ندارد.

۱۷ | گزینه «۳»

$$2^n = \text{تعداد ردیف‌های اولیه}$$

$$2^{3n} = \text{تعداد ردیف‌های جدید}$$

$$2^{3n} = 2^6 \times 2^n \Rightarrow 2^{3n} = 64 \times 2^n \rightarrow \text{طبق فرض}$$

$$\Rightarrow 2^{3n} = 2^{6+n} \Rightarrow 3n = 6+n \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3$$

۱۸

ارزش $\sim p$	گزاره $\sim p$	ارزش p	گزاره p
د	$2^5 \times 2^8 \neq 2^{12}$	ن چون $2^5 \times 2^8 = 2^{13}$	$2^5 \times 2^8 = 2^{12}$
د	$-1200 \geq +120$	ن	$-1200 < 120$
ن	میانۀ داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ عدد ۲/۵ نیست.	د	میانۀ داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ عدد ۲/۵ است.

ارزش $\sim p$	گزاره $\sim p$	ارزش p	گزاره p
ن	مربع هر عدد طبیعی دلخواه، از خود آن عدد کوچک‌تر است.	د	مربع هر عدد طبیعی دلخواه، از خود آن عدد کوچک‌تر نیست.
ن	معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز ندارد.	د	معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ چون دلتای معادله مثبت است. دو ریشه حقیقی متمایز دارد.
ن	$2^2 \times (\frac{3}{5})^\circ = 0$	د	دقت کنید که $2^2 \times (\frac{3}{5})^\circ \neq 0$ ۱ می‌شود.

۱۹ | گزاره است و ارزش نادرست دارد؛ چون x زیررادیكال است و لذا عبارت مذکور، گویا محسوب نمی‌شود.

۲۰ | گزاره است و ارزش آن نادرست است، مثلاً عدد طبیعی ۲ از عدد صحیح ۳ کوچک‌تر است.

۲۱ | گزاره نیست (جمله پرسشی است).

۲۲ | گزاره درست است؛ زیرا می‌دانیم دامنه تابع، شامل عضوهای اول زوج مرتب‌ها می‌باشد.

۲۳ | گزاره نادرست است؛ کوچک‌ترین عدد اول طبیعی، عدد ۲ است نه ۱.

۲۴ | گزاره درست است (نسبت تعداد دندان‌های خراب هر دو نفر، با معنی است).

۴۴ | درست؛ در گزاره فصلی، همیشه می‌توانیم T را حذف کنیم، پس:

$$(\sim p \vee T) \equiv p$$

یعنی ارزش گزاره داده‌شده وابسته به ارزش p یا $\sim p$ است. ولی هم‌ارز با $\sim p$ است.

۴۵ | $p \wedge q \sim$ ؛ زیرا طبق خاصیت دموگران داریم:

$$\sim (p \vee \sim q) \equiv \sim p \wedge q$$

۴۶ | فصلی

۴۷ | درست

۴۸ | گزینه «۲»

۴۹ | گزینه «۳»

۵۰ | گزینه «۲»

ارزش کل گزاره عطفی درست است. پس باید در جای خالی هم گزاره‌ای با ارزش درست قرار دهیم. مجموع دو عدد گنگ ممکن است گویا باشد مثلاً:

$$\underbrace{(1 - \sqrt{2})}_{\text{گنگ}} + \underbrace{(\sqrt{2} + 3)}_{\text{گنگ}} = 4 \quad \downarrow \text{گویا}$$

عذر می‌خواهم بقیه گزاره‌های موجود در گزینه‌ها چرا نادرست هستند؟



در گزینه گفته‌شده ضرب دو عدد گنگ، همیشه گنگ هست. با یک



مثال، غلط بودن اون رو نشون میده:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2 \quad \downarrow \text{گویا}$$

در گزینه ۳ گفته‌شده، تقسیم دو عدد گنگ، همیشه گویا است که اینم غلطه، مثلاً:

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{20}{2}} = \sqrt{10} \quad \downarrow \text{گنگ}$$

در گزینه «۴» هم گفته‌شده ضرب هر عدد گویا به پز صفر در هر عدد گنگ، ممکنه گویا بشه که چنین چیزی مهاله. مثلاً:

$$3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \downarrow \text{گنگ}$$

اگه کلمه «به‌پز صفر» رو نمی‌گفت، گزاره‌ای درست داشتیم، چون صفر در هر عددی ضرب بشه، جواب باز صفره و گویاست.

۵۱ | گزینه ۳؛ حاصل $(p \wedge q) \sim$ طبق قانون دموگران برابر با

$(\sim p \vee \sim q)$ می‌شود و نیازی به رسم جدول نیست (مگه اینکه فرمول دموگران رو فقط نباشین که در این صورت می‌بور هستین برای تک تک گزینه‌ها جدول رسم کنید).

۲۵ | گزاره درست است (عضوهای اول زوج مرتب‌ها متفاوت‌اند، پس f تابع است).

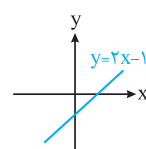
۲۶ | گزاره نادرست است؛ چون اگر n زوج باشد حاصل $(-2)^n$ عددی مثبت می‌شود. مثلاً $(-2)^2 = +4$

۲۷ | گزاره نیست (جمله امری است).

۲۸ | گزاره نیست (جمله خبری است، ولی قابل ارزش‌گذاری نیست).

۲۹ | گزاره نادرست است؛ زیرا می‌دانیم که $-\frac{1}{2} < -\frac{3}{5}$ است.

۳۰ | گزاره درست است (اتحاد مربع دوجمله‌ای است).



۳۱ | گزاره نادرست است؛ زیرا نمودار این خط از نواحی اول، سوم و چهارم می‌گذرد؛ پس فقط از ناحیه دوم نمی‌گذرد. (مطابق شکل)

۳۲ | گزاره درست است؛ چون هر خط عمودی دلخواه، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

۳۳ | می‌دانیم ۹ جذر کامل دارد ($\sqrt{9} = 3$) پس ارزش گزاره داده شده، درست است و نقیض این گزاره هم برابر است با: «عدد ۹ مربع کامل نیست».

۳۴ | $(24 \text{ عددی مرکب نیست}) \equiv (24 \text{ عددی مرکب است})$

۳۵ | $(\sqrt{25+9} = 5+3) \equiv (\sqrt{25+9} \neq 5+3)$

۳۶ | $(-12 > -8) \equiv (-12 \leq -8)$

۳۷ | $(\sqrt{3} \in \mathbb{Q}) \equiv (\sqrt{3} \notin \mathbb{Q})$

۳۸ | $(\sim [2^4 \leq 4^2]) \equiv (2^4 \leq 4^2)$

۳۹ | $2^n = 2^7 = 128 = \text{تعداد ردیف‌های جدول}$

۴۰ | اگر n تعداد گزاره‌ها باشد، خواهیم داشت:

$$2^n = 512 \Rightarrow \text{تعداد ردیف‌های جدول}$$

$$512 \text{ را تجزیه می‌کنیم} \rightarrow 2^9 = 2^n \Rightarrow n = 9$$

۴۱ | درست

۴۲ | درست

۴۳ | نادرست؛ زیرا: $[(p \wedge T) \vee (q \vee F)] \equiv p \vee q$

۵۲ گزینه «۳»؛ طبق قانون جذب می‌توانیم بگوییم که:

$$s \wedge (s \vee q) \equiv s$$

پس نقیض گزاره داده شده برابر با $s \sim$ می‌شود.

استار هالا آکه کسی فرمول فزب رو بلد نبود پی؟

توی درسنامه گفتیم که استفاده از فرمول‌ها افتخاری هست و شما همیشه

میتونی از جدول ارزش‌گذاری استفاده کنی؛ الان دقت کن؛

s	q	$s \vee q$	$s \wedge (s \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

این دو ستون یکسان هستند، پس ثابت کردیم که حاصل $s \wedge (s \vee q)$ با s برابر است. (یعنی دو گزاره، هم‌ارز هستند)

۵۳ گزاره عطفی ردیف ۱ درست است. پس در جای خالی باید یک گزاره درست دلخواه قرار دهیم مثل این گزاره: «هر سال ۴ فصل دارد». گزاره فصلی ردیف ۲ نادرست است پس در جای خالی باید یک گزاره نادرست دلخواه قرار دهیم مثل این گزاره: « $\sqrt{2}$ عددی گویا است».

۵۴ ردیف ۱: در تابع $f(x) = x^2 - 5x$ متغیر مستقل $f(x)$ است

و درآمد افراد، متغیر کمی نسبتی است.

توجه کنید که در تابع ذکر شده، x متغیر مستقل و $f(x)$ متغیر وابسته است.

ردیف ۲: حاصل $(-5)^4$ عددی منفی نیست

و رنگ پیراهن افراد، متغیر کیفی اسمی نیست.

ردیف ۳: ۱۸ مضرب ۹ است و ۲ عددی فرد است.

باید F باشد (یک گزاره نادرست دلخواه)

ردیف ۴: ۲ عددی اول است و شیب هر خط عمودی، تعریف نشده است.

باید T باشد

ردیف ۵: طول رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ برابر ۲ - است

و $\{0, 1, 2\} \subseteq \mathbb{Z}$

F

یادآوری: طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر با $x = \frac{-b}{2a}$ است.

$$x = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

بنابراین داریم:

ردیف ۶: مقسوم‌علیه‌های طبیعی 10 عبارت‌اند از $1, 2, 5, 10$

و میانه یک‌سری از داده‌ها همان چارک دوم است.

$$\text{ردیف ۷: } (\sqrt{100} - 25 = 10 - 5) \wedge \left(\left(\frac{2}{3} \right)^{-4} \neq \left(\frac{3}{2} \right)^4 \right)$$

ردیف ۸: مربع هر عدد منفی، از خود آن عدد کوچک‌تر است

و مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

۵۵ ردیف ۱: عدد ۲۳ زوج است یا ۲۳ اول است.

ردیف ۲: عدد ۵۸ بر ۳ بخش‌پذیر است یا عدد ۵۸ بر ۵ بخش‌پذیر است.

ردیف ۳: کسر $\frac{x^2}{|x|-1}$ گویا است یا ۸۰ عددی مرکب است.

$$\text{ردیف ۴: } (\sqrt{3} \in \mathbb{Z}) \vee ((-2)^4 \geq (-4)^2)$$

ردیف ۵: اندازه قد افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است

یا رستون‌نویسنده کتاب ارغنون نیست.

ردیف ۶:

نمودار ون f تابع نیست یا ۲ عددی فرد است.

باید F باشد. (یک گزاره نادرست دلخواه)

۶۰

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

این دو ستون، یکسان هستند پس هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۶۱

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$p \vee (\sim p \wedge q)$	$p \vee q$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۶۲

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \wedge (\sim p \vee q)$	$p \wedge q$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

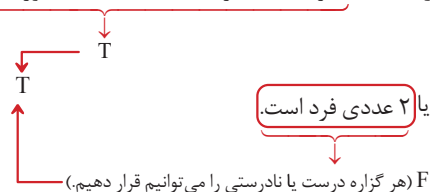
هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

۶۳

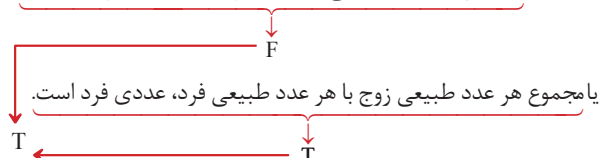
p	q	r	$q \vee r$	$p \vee q$	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

ردیف ۷: تجزیه‌شده عبارت $4x^2 - 4x + 1$ به صورت $(2x - 1)^2$ است



ردیف ۸: معکوس هر عدد حقیقی مثبت، کوچک‌تر از خود آن عدد است



دقت کنید که معکوس عدد $\frac{1}{5}$ می‌شود ۵ که از خود $\frac{1}{5}$ بزرگ‌تر است، پس گزاره اول نادرست است.

۵۶ | هم‌ارزی داده‌شده، درست است.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

۵۷ | هم‌ارزی داده‌شده، نادرست است.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
د	ن	د
ن	د	د

۵۸

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

پس هم‌ارزی داده‌شده درست است. ضمناً به این هم‌ارزی، قانون دمورگان می‌گوییم.

۵۹

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

پس هم‌ارزی داده‌شده درست است. به این هم‌ارزی هم، دمورگان می‌گوییم.