

مقدمه مؤلفان

دانش‌آموزان عزیز، اولیای محترم و همکاران ارجمند؛

هدف از مجموعه کتاب‌های EQ ریاضی، ارائه محتوای آموزشی کامل برای هموار کردن مسیر آموزش و کمک به یادگیری آسان درس ریاضی می‌باشد. امید دارم با استفاده از این کتاب که حاصل بیش از ۲۵ سال تدریس در این مقطع آموزشی است، پیشرفت قابل توجهی در درس ریاضی نصیب دانش‌آموزان عزیز شود و کمک شایانی به اولیای محترم و همکاران ارجمندم باشد.

کتاب EQ ریاضی شامل بخش‌های زیر است:

درسنامه: در ابتدای هر درس، درسنامه‌ای روان و مبتنی بر آخرین تغییرات کتاب درسی وجود دارد که هم برای یادگیری مطالب و هم مرور سریع درس‌ها در شب‌های امتحان بسیار مفید است.

تمرین‌ها: در هر درس تمرین‌های طبقه‌بندی‌شده و هدفدار شامل انواع پرسش‌های امتحانی از قبیل پرسش‌های درست و نادرست، کامل‌کردنی، جورکردنی، چندگزینه‌ای، کوتاه‌پاسخ و تشریحی طراحی شده است. هدف از این پرسش‌ها آشنایی دانش‌آموزان عزیز با انواع سؤالات امتحانی و همچنین تفهیم و تعمیق مطالب آموزشی است. لازم به ذکر است که تمامی تمرین‌ها پاسخ تشریحی دارند و می‌توانید برای بررسی درستی پاسخ‌هایتان، در انتهای کتاب به بخش پاسخنامه مراجعه و با توجه به شماره سؤال، پاسخ درست را ملاحظه کنید.

آزمون‌ها: آزمون‌های نوبت اول و دوم به همراه پاسخ تشریحی آنها در این کتاب ارائه شده است که شما را با نحوه سؤالات امتحانی آشنا می‌کند، همچنین می‌توانید با مراجعه به کانال تلگرامی t.me/matheq789 آزمون‌های فصل به فصل و مطالب مفید آموزشی را دریافت کنید.

DVD آموزشی: به همراه این کتاب یک حلقه DVD تقدیم می‌شود که شامل بیش از ۱۳ ساعت فیلم آموزشی است. در این DVD تمامی درسنامه‌های کتاب EQ ریاضی تدریس شده و همچنین بخش زیادی از تمرین‌ها به صورت تشریحی حل و توضیح داده شده است، با تماشای این فیلم‌ها قادر خواهید بود به سؤالات امتحانی به سادگی پاسخ دهید و بهترین نتیجه را در امتحانات خود کسب کنید.

در پایان برخورد واجب می‌دانیم که از آقای مهندس ابوالفضل جوکار مدیریت انتشارات و مهندس محمد جوکار معاونت علمی انتشارات بین‌المللی گاج که شرایط مطلوبی را برای تولید و آماده‌سازی این عنوان فراهم نموده‌اند کمال تشکر و تقدیر را داشته باشیم. همچنین از دوست عزیز میثم رازبانی مدیریت استودیو گاج که در آماده‌سازی و ارائه DVD آموزشی این کتاب زحمت کشیدند، بسیار سپاسگزاریم.

علی اصغر حیدری - مجتبی عارف‌نسب

فهرست

۵	راهبردهای حل مسئله	فصل اول
۱۹	عددهای صحیح	فصل دوم
۳۵	جبر و معادله	فصل سوم
۵۳	هندسه و استدلال	فصل چهارم
۷۱	شمارنده‌ها و اعداد اول	فصل پنجم
۹۰	آزمون نوبت اول	
۹۳	سطح و حجم	فصل ششم
۱۱۳	توان و جذر	فصل هفتم
۱۳۱	بردار و مختصات	فصل هشتم
۱۴۵	آمار و احتمال	فصل نهم
۱۶۱	آزمون نوبت دوم	
۱۶۵	پاسخنامه	



لینک مشاهده فیلم آموزشی

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله



راهبرد رسم شکل

پیام آموزشی

برای حل هر مسئله‌ای باید چهار مرحله زیر را انجام دهیم:

۱- فهمیدن مسئله: مسئله را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند به شما در فهمیدن یک مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خودتان بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

۲- انتخاب راهبرد: برای حل مسئله یکی از روش‌های زیر را انتخاب و مسئله را حل کنید:

- رسم شکل
- حذف حالت‌های نامطلوب
- الگوسازی (تفکر نظام‌دار)
- الگویابی
- حدس و آزمایش
- زیرمسئله
- حل مسئله ساده‌تر
- روش‌های نمادین (مدل‌سازی)

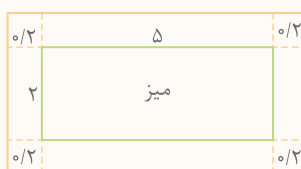
۳- حل کردن مسئله: مسئله را با راهبردی که انتخاب کرده‌اید، حل کنید. در صورتی که مسئله با راهبرد انتخابی شما حل نمی‌شود، به مرحله انتخاب راهبرد برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. دقت کنید که بیشتر دانش‌آموزان در فهمیدن مسئله مشکل دارند؛ بنابراین قبل از تغییر راهبرد، مسئله را دوباره بخوانید تا درک بهتری از مسئله پیدا، و راهبرد مناسب‌تری انتخاب کنید.

۴- بازگشت به عقب: حل کردن یک مسئله با پیدا کردن پاسخ تمام نمی‌شود. باید پاسخ خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان چیزی است که در مسئله خواسته شده و آیا پاسخ شما منطقی است؟ در آخر مراحل حل مسئله را بررسی کنید. شاید در انجام محاسبات اشتباه کرده باشید یا راه‌حل بهتری برای حل مسئله بیابید.

برای حل هر مسئله بهتر است پس از درک صورت مسئله در گام اول، قلم به دست بگیریم و برداشت کلی خود را از مسئله، در صورت امکان، در قالب شکل مطرح کنیم. البته برای انجام این کار، شاید اولین شکلی که رسم می‌کنیم همان شکل نهایی و مورد نظر نباشد، اما یقیناً شروع بسیار خوبی برای پیمودن گام‌های مناسب بعدی است. به هر صورت، راهبرد رسم شکل مؤثرترین روش برای شروع حل مسئله است؛ کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد.

مثال
رومیزی یک میز غذاخوری مستطیل شکل به طول ۵ متر و عرض ۲ متر، از هر دو طرف میز به فاصله ۰/۲ متر آویزان شده است. مساحت رومیزی استفاده‌شده چند متر مربع است؟

با رسم شکل معلوم می‌شود که طول و عرض رومیزی برابر است با:



$$\text{متر } ۵/۴ = ۰/۲ + ۵ + ۰/۲$$

$$\text{متر } ۲/۴ = ۰/۲ + ۲ + ۰/۲$$

$$\text{بنابراین مساحت رومیزی برابر است با: } ۱۲/۹۶ = ۵/۴ \times ۲/۴$$

تمرین

- ۱ هواپیمایی در ارتفاع ۳۵۰۰ متری از سطح زمین و هواپیمای دیگری در ارتفاع ۱۲۰۰ متر پایین‌تر از هواپیمای اول در حال پرواز است. ارتفاع هواپیمای دوم از سطح زمین چقدر است؟
- ۲ رضا در یک کیسه تعدادی مهره دارد. نصف مهره‌ها را به علی و یک‌سوم باقی‌مانده مهره‌ها را به جواد می‌دهد و ۶ مهره اضافه می‌آورد. او در این کیسه چند مهره داشته است؟
- ۳ پنج خط (راست) همدیگر را به گونه‌ای قطع کرده‌اند که ۳ تا از آنها دقیقاً از یک نقطه گذشته و بقیه خطوط، همه خط‌های دیگر را در نقاط مختلف قطع کرده‌اند. تعداد نقاط تقاطع را مشخص کنید.
- ۴ امیر در ساختمانی که ۱۰ طبقه روی همکف دارد، مشغول به کار است. او کار خود را از طبقه دوم شروع کرد، سپس ۳ طبقه بالا و بعد از آن ۳ طبقه دیگر بالا رفت. در آخر از آنجا ۸ طبقه پایین آمد و کارش تمام شد. کار امیر در کدام طبقه تمام شده است؟
- ۵ پدر علی تصمیم گرفت حاشیه استخر خانه را به پهنای ۴ متر موزاییک کند. اگر استخر به شکل مستطیل و طول آن ۴۰ متر و عرض آن ۱۴ متر باشد، حساب کنید برای این کار چند متر موزاییک لازم است.
- ۶ در یک پارکینگ تعدادی خودرو و موتورسیکلت وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌ها ۵۲ حلقه و تعداد کل موتورسیکلت‌ها و خودروها ۱۷ دستگاه باشد، تعداد هریک از آنها را به صورت جداگانه مشخص کنید.
- ۷ ترانه $\frac{1}{6}$ کیک تولدش را خورد. مادرش $\frac{2}{5}$ باقی‌مانده کیک را خورد و در آخر، زهرا نیز $\frac{5}{6}$ باقی‌مانده کیک را خورد. چه کسری از کیک باقی مانده است؟

۸ توپی را از ارتفاع ۲۷ متری سطح زمین رها می‌کنیم. این توپ پس از هر بار برخورد با زمین، به اندازه ثلث ارتفاع قبلی خود به بالا برمی‌گردد. حساب کنید این توپ تا لحظه برخورد سوم به زمین، چه مسافتی را طی کرده است.

۹ کرمی از پایین یک دیوار ۱۰ متری، هنگام روز ۴ متر به بالا می‌خزد و هنگام شب ۳ متر به پایین لیز می‌خورد. چند شبانه‌روز طول می‌کشد تا این کرم به بالای دیوار برسد؟

۱۰ علی، مجید، اصغر، رضا و احمد در یک مسابقه دوی ۵۰۰ متر شرکت کردند. در پایان، اصغر ۳ ثانیه زودتر از مجید و ۳ ثانیه دیرتر از علی، رضا ۷ ثانیه زودتر از احمد و اصغر ۱ ثانیه دیرتر از احمد به خط پایان رسیدند. الف) آنها با چه ترتیبی مسابقه را تمام کردند؟

ب) اختلاف زمان اولین نفر و آخرین نفر را حساب کنید.

راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)

برای حل بعضی مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسیم و برای اینکه هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسیم. سازمان‌دهی داده‌ها با نظم و الگو، ما را یاری می‌دهد که بتوانیم همه حالت‌های ممکن را بنویسیم. این فرایند یکی از روش‌های مؤثر برای دسته‌بندی و مرتب کردن تعداد زیادی داده و یکی از راهبردهای ساده ولی کارآمد برای حل مسئله‌هایی است که در آنها باید همه پاسخ‌های ممکن را بنویسیم. معمولاً برای نظم و ترتیب دادن به داده‌ها، از یک جدول استفاده می‌شود.

مستطیلی با طول و عرض طبیعی و مساحت ۳۰ واحد مربع پیدا کنید که محیط آن کمترین مقدار ممکن باشد.

عرض	طول	محیط
۱	۳۰	$2 \times (1 + 30) = 62$
۲	۱۵	$2 \times (2 + 15) = 34$
۳	۱۰	$2 \times (3 + 10) = 26$
۵	۶	$2 \times (5 + 6) = 22$

مقادیر ممکن برای طول و عرض را با در نظر گرفتن کمترین مقدار عرض و با نظم و ترتیب شروع به نوشتن می‌کنیم و همه حالت‌های عرض و طول را که ضربشان ۳۰ شود در جدول قرار می‌دهیم. سپس با محاسبه محیط در هر حالت، مشخص می‌شود که کمترین محیط مربوط به مستطیلی با طول ۶ واحد و عرض ۵ واحد است.

تمرین

۱۱ لیلا مقداری پول در قلک خود دارد و می‌داند که فقط اسکناس‌های ۱۰۰۰، ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ تومانی داخل آن است. همه حالت‌هایی را که ممکن است مجموع پول‌های او ۲۵۰۰۰ تومان شود، بنویسید.

۱۲ مساحت مستطیلی ۲۴ سانتی‌متر مربع و طول و عرض مستطیل برحسب سانتی‌متر، اعدادی طبیعی است. الف) چند مستطیل با این شرایط وجود دارد؟

ب) کدام یک کمترین محیط را دارد؟

۱۳ مجموع دو عدد طبیعی ۱۲ و حاصل ضرب آنها کمترین مقدار ممکن است. آن دو عدد را بیابید.

۱۴ دو عدد طبیعی بیابید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها بیشترین مقدار ممکن باشد.

۱۵ سه عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آنها ۴۸ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.



۱۶ در شکل روبه‌رو، همه پاره‌خط‌ها را نام ببرید.

۱۷ با رقم‌های ۱، ۲، ۳ و ۴:

الف) چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توان ساخت؟

ب) چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توان ساخت که حتماً از عدد ۳۴۱ بزرگ‌تر باشد؟

۱۸ اگر با چهار کارت که روی هر یک از آنها یکی از اعداد ۰، ۲، ۵ و ۷ نوشته شده است همه اعداد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۵ را بسازیم، چند عدد به دست می‌آید؟ همه آنها را بنویسید.

۱۹ با انگشتان یک دست به پنج صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد؛ به چند صورت می‌توان عدد چهار را نشان داد؟

۲۰ ریحانه می‌خواهد با ۱۸۰۰۰ تومان پول توجیبی خود، از بین تعدادی مجله طنز ۱۸۰۰ تومانی و مجله علمی ۳۶۰۰ تومانی چند مجله بخرد. او به چند حالت می‌تواند این خرید را انجام دهد؟

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

برخی مواقع بهتر است با توجه به شرایط مسئله، حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذاریم تا با حذف آنها، پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست آید. دقت کنید که می‌توانیم با تشکیل یک جدول نظام‌دار و استفاده از راهبرد الگوسازی، همه حالت‌های ممکن را به دست آوریم، سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنیم.

حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۴۸ و اختلاف آنها ۸ است. آن دو عدد را به دست آورید.

عدد اول	عدد دوم	اختلاف
۱	۴۸	۴۷
۲	۲۴	۲۲
۳	۱۶	۱۳
۴	۱۲	۸
۶	۸	۲

ابتدا با استفاده از راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب دو عدد طبیعی ۴۸ می‌شود در جدول می‌نویسیم، سپس اختلاف عددهای هر حالت را محاسبه می‌کنیم و با حذف حالت‌های نامطلوب، به جواب می‌رسیم.

تمرین

۲۱ کدام یک از اعداد زیر، مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی نیست؟

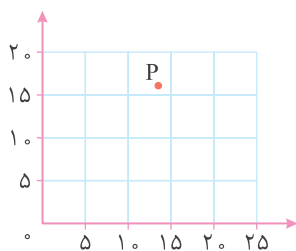
۹۰° (۴)

۱۸۰° (۳)

۴۵° (۲)

۷۲° (۱)

۲۲ کدام یک از گزینه‌های زیر، به احتمال زیاد مختصات نقطه P است؟



$\begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۱)

$\begin{bmatrix} 13 \\ 17 \end{bmatrix}$ (۴)

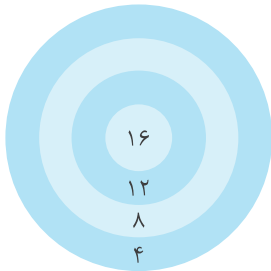
$\begin{bmatrix} 17 \\ 13 \end{bmatrix}$ (۳)

۲۰۰, ۲۰۱, ۲۰۲, ..., ۲۹۸, ۲۹۹

۲۳ در بین عددهای مقابل، چند عدد وجود دارد که شامل رقم ۷ نیست؟

۲۴ مجموع سن سه نفر ۱۲ سال و حاصل ضرب سن آنها ۶۰ سال است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟

۲۵ در یک مسابقه تیراندازی، امتیازهای روی صفحه هدف به ترتیب ۴، ۸، ۱۲ و ۱۶ است. اگر فرزند در این مسابقه ۱۰ گلوله به سمت هدف شلیک کرده و بعضی تیرهایش را به هدف زده باشد، کدام یک از اعداد روبه‌رو می‌تواند امتیاز فرزند باشد؟
۱۸، ۳۶، ۲۶، ۵۲، ۴۲، ۲۴، ۳۵

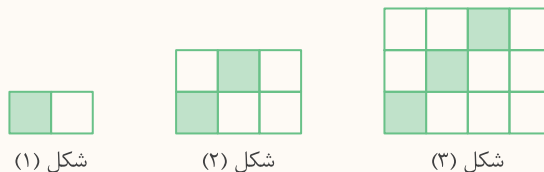


۲۶ نازنین یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۵۰ را در نظر گرفت. مریم باید با طرح حداکثر ۶ سؤال، عدد مورد نظر او را پیدا کند. البته او می‌داند که نازنین فقط می‌تواند به سؤال‌ها پاسخ بله یا خیر بدهد. به مریم کمک کنید روشی برای طرح سؤال‌ها پیدا کند که با نظم و ترتیبی مشخص، عدد مورد نظر نازنین را به دست آورد.

راهبرد الگویابی

در کلاس ششم، با دو الگوی عددی و هندسی آشنا شدید. کشف الگو و نظم و ترتیب موجود در دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند به خواسته‌های مسئله پاسخ دهیم. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه‌ای مشخص وجود دارد. در ضمن بهتر است الگوهای هندسی را به الگوی عددی تبدیل کنیم تا راحت‌تر الگوی مورد نظر را تشخیص دهیم.

مثال در الگوی زیر، چه کسری از شکل شماره ۱۰ رنگی است؟



ابتدا تعداد کل خانه‌ها و سپس تعداد خانه‌های رنگی هر شکل را به دست می‌آوریم.

شماره شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد کل خانه‌ها	1×2	2×3	3×4	...	10×11
تعداد خانه‌های رنگی	۱	۲	۳	...	۱۰

$$\text{نسبت رنگی در شکل دهم} = \frac{10}{10 \times 11} = \frac{1}{11}$$

۲۷ هر یک از دنباله‌های عددی زیر را با نوشتن چهار عدد دیگر ادامه دهید، سپس رابطه بین عددها را توضیح دهید.

الف) ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, , , ,

ب) ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, , , ,

پ) ۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, , , ,

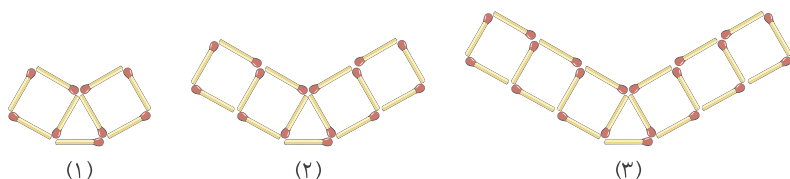
ت) ۱, ۳, ۷, ۱۵, ۳۱, , , ,

ث) ۵, ۱۲, ۲۰, ۲۹, ۳۹, , , ,

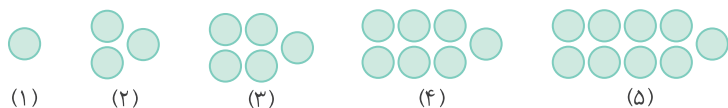
۲۸ فرض کنید خبری را هر نفر به سه نفر و هر کدام از آن سه نفر، به سه نفر دیگر اطلاع دهند و این کار ادامه پیدا کند. اگر هر مرحله انتقال

خبر ۳ دقیقه طول بکشد، بعد از ۱۸ دقیقه، چند نفر این خبر را شنیده‌اند؟

۲۹ با توجه به روند تغییر در شکل‌های زیر، مشخص کنید که شکل هشتم از چند چوب‌کبریت تشکیل شده است.

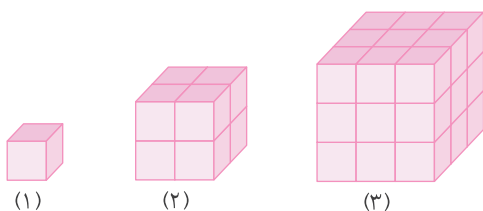


۳۰ به کمک راهبرد الگویابی تعیین کنید در شکل یازدهم چند دایره وجود دارد.

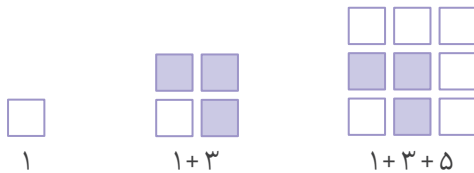
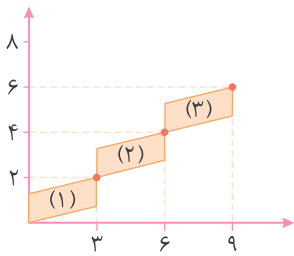


۳۱ سه شکل زیر، از مکعب‌های مساوی به طول واحد ساخته شده‌اند. اگر توالی شکل‌ها تا شکل هشتم ادامه یابد، چند مکعب کوچک

برای ساختن شکل هشتم نیاز است؟



۳۳ با توجه به شکل زیر، مختصات علامت • روی گوشه بالایی سمت راست کاشی شماره (۶) چیست؟

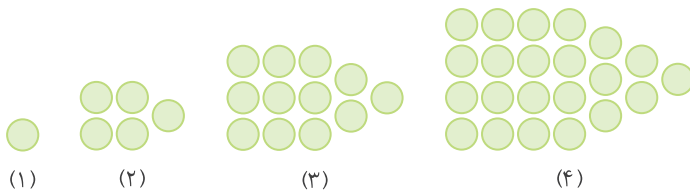


۳۳ شکل‌های زیر دنبالهٔ مجموع اعداد فرد را نمایش می‌دهد.

الف) مجموع عددهای فرد متوالی از ۱ تا ۱۱ را حساب کنید.

ب) آیا می‌توانید مجموع عددهای فرد متوالی از ۱ تا ۲۱ را هم حساب کنید؟

۳۴ با توجه به شکل‌های زیر، الگویی برای یافتن تعداد دایره‌های شکل پنجم پیدا کنید.



راهبرد الگوییابی

ممکن است یک مسئله، روش و راه‌حل مستقیمی نداشته باشد یا رسیدن به پاسخ آن دشوار باشد. در این مواقع می‌توانیم با یک روش منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنیم، سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنیم و با توجه به نتیجه به دست آمده، حدس بعدی را بزنیم تا پاسخ مسئله را بیابیم.

تعداد ۲۴ گاو و مرغ در یک مزرعه نگهداری می‌شود. اگر تعداد کل پاهای این حیوانات ۶۶ باشد، چند گاو و چند مرغ در این مزرعه وجود دارد؟

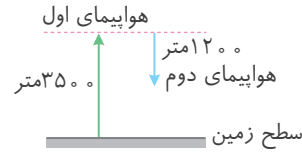
تعداد پاها و بررسی حدس	تعداد مرغ‌ها	تعداد گاوها
$۱۲ \times ۴ + ۱۲ \times ۲ = ۷۲$	۱۲	۱۲
$۱۱ \times ۴ + ۱۳ \times ۲ = ۷۰$	۱۳	۱۱
$۱۰ \times ۴ + ۱۴ \times ۲ = ۶۸$	۱۴	۱۰
$۹ \times ۴ + ۱۵ \times ۲ = ۶۶$	۱۵	۹

برای اولین حدس تعداد گاوها و مرغ‌ها را هر کدام ۱۲ تا در نظر می‌گیریم. با توجه به بیشتر شدن تعداد کل پاها در این حالت (۷۲) از تعداد کل پاهای حیوانات (۶۶)، نتیجه می‌گیریم که تعداد گاوها را زیاد در نظر گرفته‌ایم. با کمتر کردن تعداد گاوها و افزایش تعداد مرغ‌ها و بررسی

حدس‌ها، به پاسخ می‌رسیم. دقت کنید که حدس مناسب اولیه باعث می‌شود که با حدس و آزمایش‌های کمتری به پاسخ برسیم.

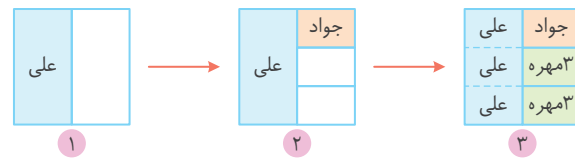
فصل ۱: راهبردهای حل مسئله

۱ می‌توانیم از راهبرد رسم شکل استفاده کنیم.



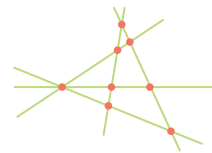
متر $2300 = 3500 - 1200 =$ ارتفاع هوایمای دوم از سطح زمین

۲ از راهبرد رسم شکل به ترتیب زیر استفاده می‌کنیم:

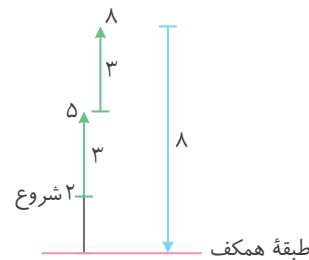


تعداد مهره‌ها $18 = 6 \times 3 =$

۳ با توجه به شکل زیر ۸ نقطه تقاطع خواهیم داشت.

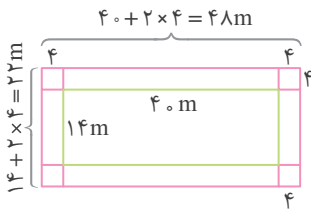


۴ روش اول: با استفاده از راهبرد رسم شکل، مشخص می‌شود که کارش در طبقه همکف تمام شده است.



روش دوم: اگر حرکت به سمت بالا را با علامت + و حرکت به سمت پایین را با علامت - در نظر بگیریم، می‌توانیم از روش زیر حاصل را به دست آوریم:

در طبقه همکف کار تمام شده است. $\Rightarrow 2 + 3 + 3 - 8 = 0$ نقطه شروع



از محاسبه اختلاف مساحت کل شکل حاصل و مساحت استخر، مساحت حاشیه استخر (مساحت موزاییک کاری شده) به دست می‌آید:

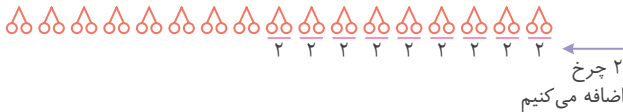
متر مربع $1056 = 48 \times 22 =$ مساحت کل شکل

متر مربع $560 = 14 \times 40 =$ مساحت استخر

متر مربع $496 = 1056 - 560 =$ مساحت حاشیه

بنابراین به ۴۹۶ متر مربع موزاییک نیاز است.

۶ هر دو وسیله نقلیه حتماً ۲ چرخ را دارد، پس ابتدا ۱۷ وسیله ۲ چرخ رسم می‌کنیم، سپس به تعدادی از آنها ۲ چرخ دیگر اضافه می‌کنیم تا تعداد کل چرخ‌ها ۵۲ حلقه شود.

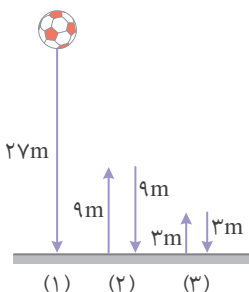


بنابراین ۸ موتورسیکلت و ۹ دستگاه خودرو وجود دارد.

۷ با توجه به راهبرد رسم شکل، ملاحظه می‌کنید که $\frac{1}{12}$ از کیک باقی مانده است.



۸ ثلث یعنی $\frac{1}{3}$ ، بنابراین پس از اولین برخورد توپ به زمین، توپ به اندازه $9 = \frac{1}{3} \times 27$ متر بالا می‌رود. همچنین پس از دومین برخورد به اندازه $3 = \frac{1}{3} \times 9$ متر بالا می‌رود.



پس مسافتی که توپ تا لحظه برخورد سوم طی کرده، برابر است با:

$$27 + 9 + 9 + 3 + 3 = 51 \text{ متر}$$

۱۲ الف) باید تمام حالت‌هایی که حاصل ضرب دو عدد طبیعی (طول و عرض) برابر مساحت (۲۴) می‌شود را بنویسیم که با توجه به جدول زیر ۴ حالت دارد:

عرض	طول	محیط
۱	۲۴	۵۰
۲	۱۲	۲۸
۳	۸	۲۲
۴	۶	۲۰

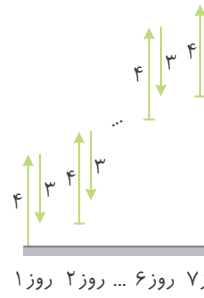
تذکر: دقت کنید که عددهای ستون اول (عرض) باید از عددهای ستون دوم (طول) کمتر (یا اگر ممکن بود مساوی) باشد. (ب) با پیدا کردن محیط در هر یک از حالت‌ها دیده می‌شود، مستطیلی به عرض ۴ و طول ۶ کمترین محیط (عدد ۲۰) را دارد.

۱۳ با توجه به جدول زیر، عددهای ۱ و ۱۱ کمترین حاصل ضرب ممکن را دارند.

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۱۱	۱۱
۲	۱۰	۲۰
۳	۹	۲۷
۴	۸	۳۲
۵	۷	۳۵
۶	۶	۳۶

۱۴ با توجه به جدول زیر عددهای ۱ و ۳۶ بیشترین مجموع ممکن را دارند.

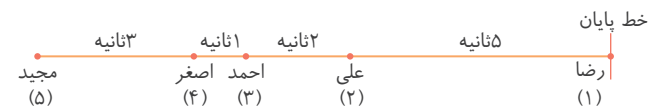
عدد اول	عدد دوم	مجموع
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲



روز ۷ روز ۶ ... روز ۲ روز ۱

۹ توجه داشته باشید که این کرم در طول روز ۴ متر بالا می‌رود، ولی شب‌ها ۳ متر به پایین لیز می‌خورد یعنی کرم در هر شبانه‌روز فقط یک متر بالا می‌رود. پس از ۶ روز، کرم به ارتفاع ۶ متری می‌رسد. در روز هفتم وقتی کرم در طول روز ۴ متر بالا برود، به بالای دیوار می‌رسد.

۱۰ الف) با توجه به شکل، نفر اول رضا و نفر آخر مجید خواهد بود.



ب) با توجه به شکل، رضا ۱۱ ثانیه ($3+1+2+5=11$) زودتر از نفر آخر یعنی مجید به خط پایان رسیده است.

۱۱ با رسم جدول زیر از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم:

۱۰۰۰۰ تومانی	۵۰۰۰ تومانی	۱۰۰۰ تومانی
۲	۱	۰
۲	۰	۵
۱	۳	۰
۱	۲	۵
۱	۱	۱۰
۱	۰	۱۵
۰	۵	۰
۰	۴	۵
۰	۳	۱۰
۰	۲	۱۵
۰	۱	۲۰
۰	۰	۲۵

تذکر: مهم‌ترین مرحله در رسم جدول‌های مربوط به راهبرد الگوسازی این است که با نظم و الگوی مشخصی عددهای هر جدول را پر کنیم تا هیچ حالتی باقی نماند. به این تذکر در مسئله‌های بعدی نیز دقت کنید.

۱۷ الف) ۲۴ عدد؛ به جدول زیر مراجعه کنید.

رقم سوم	رقم دوم	رقم اول
۳	۲	۱
۴	۲	۱
۲	۳	۱
۴	۳	۱
۲	۴	۱
۳	۴	۱
۳	۱	۲
⋮	⋮	⋮

ب) با کامل کردن جدول مشخص می‌شود که ۷ عدد زیر این ویژگی را دارند: ۴۳۲، ۴۳۱، ۴۲۳، ۴۲۱، ۴۱۳، ۴۱۲، ۳۴۲

۱۸ می‌دانیم رقم یکان عدد بخش‌پذیر بر ۵ باید ۰ یا ۵ باشد، با توجه به جدول زیر ۱۰ عدد به دست می‌آید:

رقم سوم	رقم دوم	رقم اول
۵	۰	۲
۰	۵	۲
۰	۷	۲
۵	۷	۲
۰	۲	۵
۰	۷	۵
۵	۰	۷
۰	۲	۷
۵	۲	۷
۰	۵	۷

۱۹ با توجه به شکل‌های زیر ۵ حالت می‌شود:



۱۵ جدول را به صورتی با راهبرد الگوسازی کامل می‌کنیم که در هر مورد، عدد هر ستون از عددهای ستون‌های سمت چپش کمتر نباشد:

مجموع	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
۵۰	۴۸	۱	۱
۲۷	۲۴	۲	۱
۲۰	۱۶	۳	۱
۱۷	۱۲	۴	۱
۱۵	۸	۶	۱
۱۶	۱۲	۲	۲
۱۳	۸	۳	۲
۱۲	۶	۴	۲
۱۱	۴	۴	۳

بنابراین عددهای ۳ و ۴ و ۴ کم‌ترین مجموع ممکن را دارند.



۱۶

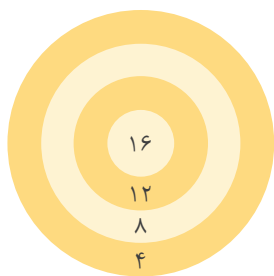
نام پاره خط	نقطه دوم	نقطه اول
\overline{AB}	B	A
\overline{AC}	C	A
\overline{AD}	D	A
\overline{AE}	E	A
\overline{BC}	C	B
\overline{BD}	D	B
\overline{BE}	E	B
\overline{CD}	D	C
\overline{CE}	E	C
\overline{DE}	E	D

۲۴ تمامی حالت‌هایی که حاصل ضرب سن سه نفر برابر ۶۰ می‌شود را می‌نویسیم، سپس در بین این حالت‌ها، تمامی حالت‌هایی که مجموع سه عدد ۱۲ نمی‌شود را حذف می‌کنیم.

مجموع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۶۲	۶۰	۱	۱
۳۳	۳۰	۲	۱
۲۴	۲۰	۳	۱
۲۰	۱۵	۴	۱
۱۸	۱۲	۵	۱
۱۷	۱۰	۶	۱
۱۹	۱۵	۲	۲
۱۵	۱۰	۳	۲
۱۳	۶	۵	۲
۱۲	۵	۴	۳

معلوم می‌شود که سن آنها ۵ و ۴ و ۳ است، بنابراین بزرگ‌ترین آنها ۵ سال دارد.

تذکر: این مسئله را برحسب حالت‌هایی که مجموع سن سه نفر برابر ۱۲ می‌شود بنویسید و سپس حالت مطلوب که حاصل ضرب آنها ۶۰ شود را به دست آورید. ببینید به کدام صورت عمل کردن بهتر است.



۲۵ با توجه به اینکه امتیازها (یعنی ۴، ۸، ۱۲ و ۱۶) مضرب ۴ هستند، لذا امتیازهایی که مضرب ۴ نیستند، نامطلوب است و باید حذف کنیم و فقط ۳ حالت برای امتیازهای فرزند ممکن است:

۳۵، ۲۴، ۴۲، ۵۲، ۲۶، ۳۶، ۱۸

به عنوان نمونه برای هر یک از اعداد مثالی می‌زنیم:

$$۳۶ = ۱۶ + ۱۲ + ۸$$

$$۵۲ = ۱۶ + ۱۶ + ۱۶ + ۴ \quad ۲۴ = ۱۶ + ۸$$

۲۰ با توجه به جدول زیر، تعداد حالت‌های خرید ۶ حالت می‌باشد.

تومان ۳۶۰۰	تومان ۱۸۰۰
۵	۰
۴	۲
۳	۴
۲	۶
۱	۸
۰	۱۰

۲۱ گزینه «۲»: مجموع زاویه‌های داخلی هر چندضلعی حتماً مضربی طبیعی از ۱۸۰° است. پس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

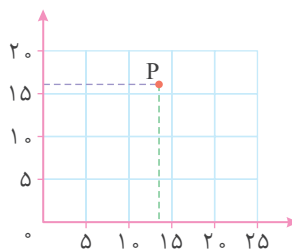
$$۱۸۰^\circ \times \frac{۲}{۵} = ۴۵^\circ \text{ :گزینه «۲»} \quad ۱۸۰^\circ \times ۴ = ۷۲^\circ \text{ :گزینه «۱»}$$

$$۱۸۰^\circ \times ۵ = ۹۰^\circ \text{ :گزینه «۴»} \quad ۱۸۰^\circ \times ۱۰ = ۱۸۰^\circ \text{ :گزینه «۳»}$$

بنابراین ۴۵° نمی‌تواند مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی باشد.

۲۲ گزینه «۴»: طول نقطه P در بین دو عدد ۱۰ و ۱۵ و عرض این

نقطه در بین دو عدد ۱۵ و ۲۰ قرار دارد. به این ترتیب تنها گزینه مورد قبول، گزینه «۴» می‌باشد.



۲۳ از ۲۰۰ تا ۲۹۹ به تعداد ۱۰۰ عدد داریم:

$$۲۹۹ - ۲۰۰ + ۱ = ۱۰۰$$

حالا باید حالت‌های نامطلوب، یعنی عددهای شامل رقم ۷ را حذف کنیم. این عددها عبارت‌اند از:

۲۰۷، ۲۱۷، ۲۲۷، ۲۳۷، ۲۴۷، ۲۵۷، ۲۶۷

$$\Rightarrow \text{عدد } ۱۹ \quad ۲۷۰, ۲۷۱, \dots, ۲۷۹, ۲۸۷, ۲۹۷$$

۱۰ عدد

پس ۱۹ عدد دارای رقم ۷ هستند، بنابراین تعداد عددهایی که شامل

رقم ۷ نیستند، برابر است با: $۱۰۰ - ۱۹ = ۸۱$

۲۸ فرض کنید A خبری دارد، پس از ۳ دقیقه ۳ نفر دیگر متوجه این خبر می‌شوند؛ پس از ۳ دقیقه دیگر (زمان ۶)، هر کدام به سه نفر دیگر اطلاع می‌دهند و ۹ (= ۳×۳) نفر دیگر متوجه این خبر می‌شوند و به همین ترتیب ادامه دارد؛ با توجه به جدول زیر خواهیم داشت:

تعداد افراد جدید	زمان
$1 \times 3 = 3$	۳
$1 \times 3 \times 3 = 9$	۶
$1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$	۹
$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$	۱۲
$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$	۱۵
$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$	۱۸

بنابراین در ۱۸ دقیقه تعداد کل افرادی که متوجه آن خبر می‌شوند برابر است با: $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 = 1093$

۲۹ ابتدا الگوی هندسی را به الگوی عددی تبدیل می‌کنیم. کافی است که مشخص کنیم در هر شکل چند چوب‌کبریت وجود دارد؟ به این ترتیب الگوی مقابل به دست می‌آید: ۹، ۱۵، ۲۱، ... چون فاصله بین عددها ۶ واحد است، پس برای ساختن این عددها از مضرب‌های ۶ کمک می‌گیریم:

$$9 = 3 + 6 \times (1) \text{ شکل اول}$$

$$15 = 3 + 6 \times (2) \text{ شکل دوم}$$

$$21 = 3 + 6 \times (3) \text{ شکل سوم}$$

⋮

$$3 + \text{شماره شکل} \times 6 = \text{تعداد چوب‌کبریت‌ها: الگو}$$

$$51 = 3 + 8 \times 6 = \text{تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل هشتم}$$

۳۰ اگر الگوی هندسی را به الگوی عددی تبدیل کنیم، الگوی ۱، ۳، ۵، ۷، ... به دست می‌آید که چون فاصله بین عددها ۲ واحد است، پس برای ساختن این عددها از مضرب‌های ۲ کمک می‌گیریم. در این الگو، هر عدد از مضرب‌های ۲ یک واحد کمتر است.

$$2 - 1 \times 2 = \text{شماره شکل} = \text{تعداد دایره‌ها: الگو}$$

$$21 = 1 - 1 \times 2 = \text{تعداد دایره‌ها در شکل یازدهم}$$

۲۶ هر بار عددهای باقی‌مانده‌ای که امکان دارد عدد نازنین در آن قرار داشته باشد را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند و می‌پرسد آیا در فلان گروه قرار دارد؟ به طور مثال فرض کنید نازنین عدد ۳۲ را انتخاب کرده است. بنابراین مریم می‌تواند سؤالات زیر را بپرسد:

۱) آیا عدد بزرگ‌تر از ۲۵ است؟ (جواب: آری)

حالا مریم وسط ۲۶ تا ۵۰ را تعیین می‌کند که ۳۸ می‌شود. بنابراین مریم در سؤال دوم می‌پرسد:

۲) آیا عدد بزرگ‌تر از ۳۸ است؟ (جواب: خیر)

حالا مریم وسط ۲۶ تا ۳۸ را تعیین می‌کند که ۳۲ می‌شود و به همین ترتیب عمل می‌کند و عدد وسط بین عددهای باقی‌مانده را انتخاب می‌کند:

۳) آیا عدد بزرگ‌تر از ۳۲ است؟ (جواب: خیر)

۴) آیا عدد بزرگ‌تر از ۲۹ است؟ (جواب: آری)

۵) آیا عدد بزرگ‌تر از ۳۱ است؟ (جواب: آری)

۶) آیا عدد ۳۲ است؟ (جواب: آری)

۲۷

الف) ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶، ۱۹، ۲۲، ۲۵، ۲۸

هر عدد ۳ واحد بیشتر از عدد قبلی است.

۲۸

ب) ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶

هر عدد ۲ برابر عدد قبلی است.

پ) ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹، ۶۴، ۸۱

هر عدد برابر حاصل ضرب شماره عدد در خودش است (مثلاً ۱×۱ یا ۲×۲ و ...).

۲۹

ت) ۱، ۳، ۷، ۱۵، ۳۱، ۶۳، ۱۲۷، ۲۵۵، ۵۱۱

هر عدد برابر است با ۲ برابر عدد قبلی به اضافه ۱.

۳۰

ث) ۵، ۱۲، ۲۰، ۲۹، ۳۹، ۵۰، ۶۲، ۷۵، ۸۹

فاصله بین هر دو عدد، یک واحد بیشتر از فاصله بین دو عدد قبلی است.