جمع‌بندی فصل دوم در یک نگاه

تکانه

- رابطهٔ اصلی: $\vec{P} = m\vec{v}$
- تکانه و نیرو: $\overrightarrow{F_{av}} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t}$
- نمودار تکانه و نیرو:
  - $s = |\Delta P|$
  - $\tan\alpha = F$
- تکانه و نیروی جنبشی: $K = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m}$ ، $K = \frac{1}{2}Pv$

دینامیک

کاربرد قانون اول نیوتون (مسائل نیوتون)

- حالت اول: حرکت جسم در راستای افقی
  - $N = mg$
  - $F - f = ma$
- حالت دوم: حرکت جسم در راستای قائم
  - تعادل $N = mg$
  - حرکت شتابدار $F = m(g \pm a)$

کاربرد قانون دوم نیوتون

روش اول: صفر شدن برآیند نیروها در راستای x و y

- $\Sigma F_x = 0$
- $\Sigma F_y = 0$

روش دوم: قانون سینوس‌ها (قضیه لامی)

- $\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$

معرفی قوانین نیوتون و انواع نیرو

قوانین نیوتون

- قانون اول: $\Sigma F = 0$
- قانون دوم: $\Sigma F = ma$
- قانون سوم: عمل و عکس‌العمل

انواع نیرو

- $W = mg$
- عمودی سطح: به‌کمک قوانین نیوتون بدست می‌آید
- اصطکاک:
  - $f_s = F$
  - $f_{s,max} = \mu_s N$
  - $f_k = \mu_k N$
- فنر: $F_e = kx$
- کشش طناب: به‌کمک قوانین نیوتون بدست می‌آید
- نیروی گرانشی: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$

مرحلهٔ اوّل جمع‌بندی | قوانین نیوتون

مبحث (۱): قانون اوّل نیوتون

یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود.

به عبارت دیگر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند (نیروی خالص وارد شده به جسم صفر باشد.) اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد.

نکته اگر به جسمی نیروی خالصی وارد نشود، جسم تمایل دارد وضعیت قبلی خود را حفظ کند، به این خاصیت در اصطلاح لختی می‌گویند. لختی نتیجه‌ای از قانون اوّل نیوتون است. بنابر خاصیت لختی هنگامی‌که شما در اتومبیل در حال حرکت هستید و راننده ناگهان ترمز می‌کند، شما تمایل دارید وضعیت قبلی خود را که در حال حرکت بودید حفظ کنید، اما اتومبیل می‌خواهد بایستد به همین خاطر شما به جلو پرتاب می‌شوید.

مبحث (۲): قانون دوم نیوتون

هرگاه به جسمی نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

به عبارت دیگر داریم:

$\sum F = ma$ یا $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

$\vec{F}_{net}$ ← نیروی خالص وارد شده به جسم بر حسب نیوتون (N)

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

$\vec{a}$ ← شتاب حرکت جسم بر حسب متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

نکات

۱) در رابطهٔ فوق برای محاسبهٔ F_{net}، نیروهایی که در جهت حرکت هستند (نیروهایی که به حرکت جسم کمک می‌کنند یا به عبارت دیگر نیروهای خوب) با علامت مثبت و نیروهایی که در خلاف جهت حرکت هستند (نیروهایی که با حرکت جسم مخالفت می‌کنند یا به عبارت دیگر نیروهای بد) با علامت منفی جایگذاری می‌شوند.

۲) همان‌طور که می‌دانید نیرو کمیتی برداری است، بنابراین برای محاسبهٔ $\vec{F}_{net}$ باید برآیند نیروها را به صورت برداری محاسبه کنیم.

۳) کمیت شتاب (a) هم در فصل حرکت‌شناسی و هم در فصل دینامیک به چشم می‌خورد. بنابراین می‌توان گفت پل ارتباطی این دو فصل کمیت شتاب است. بنابراین در سؤالاتی که داده‌ها و خواسته‌های مسأله ترکیبی از فصل حرکت و دینامیک می‌باشند، اوّل شتاب حرکت متحرک را به‌دست آورید.

مبحث (۳): قانون سوم نیوتون

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اوّل نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند.

نکات

۱) نیروها همواره به صورت جفت وجود دارند. اگر یکی از این نیروها را کنش بنامیم، نیروی دیگر واکنش نامیده می‌شود.

قانون سوم نیوتون رابطهٔ کمی بین نیروهای کنش و واکنش است.

۲) نیروی واکنش همواره به عامل به وجود آورندهٔ کنش وارد می‌شود (یعنی اگر من تو رو هل بدم، تو منو هل می‌دی نه یه نفر دیگه رو!).

۳) از آنجایی که نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند، هیچ‌گاه یکدیگر را خنثی نمی‌کنند.

۴) نیروهای کنش و واکنش همواره هم نوع‌اند؛ مثلاً هر دو الکتریکی و یا هر دو مغناطیسی هستند.

۱ کدام یک از عبارت‌های زیر **نادرست** است؟ (گزینهٔ ۳)

۱) قانون اوّل نیوتون بیان می‌کند که یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود.

۲) به جلو پرت شدن ما در اثر ترمز شدید در اتومبیل نمونه‌ای از قانون اوّل نیوتون است.

۳) هنگامی‌که یک اتومبیل با یک کامیون تصادف می‌کند، کامیون به‌علت جرم بیشتری که دارد نیروی بیشتری به اتومبیل وارد می‌کند.

۴) وقتی جسمی روی زمین قرار دارد، اندازهٔ نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند، برابر اندازهٔ نیرویی است که جسم به زمین وارد می‌کند.

حل وقتی کامیون و اتومبیل تصادف کنند نیرویی که به هم وارد می‌کنند برابر است ولی علت کمتر آسیب دیدن کامیون وزن بالاتر (استحکام بیشتر) آن نسبت به اتومبیل است.

۲ اگر نیروهای وارد بر یک جسم در حال حرکت، متوازن باشند (برآیندشان صفر باشد)؛ (ریاضی خارج ۹۸) (گزینهٔ ۱)

۱) سرعت جسم ثابت می‌ماند.

۲) حرکت جسم با شتاب ثابت تندشونده خواهد بود.

۳) مسیر حرکت جسم ممکن است دایره‌ای یا سهمی باشد.

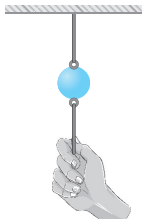
۴) سرعت جسم در مسیر مستقیم کاهش می‌یابد تا متوقف شود.

حل بنا به قانون اول نیوتون هنگامی که نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشد اگر جسم ساکن باشد، ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت با سرعت ثابت روی خط راست باشد به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۳ گزینهٔ ۳

در شکل روبه‌رو، بار اوّل نخ را به‌آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج این نیرو را افزایش می‌دهیم تا یکی از نخ‌ها پاره شود. بار دوم همین آزمایش را به این ترتیب تکرار می‌کنیم که نخ را به صورت ضربه‌ای در یک لحظه به پایین می‌کشیم تا یکی از نخ‌های دو طرف وزنه پاره شود. در مورد این آزمایش کدام گزینه درست است؟

(ریاضی داخل ۹۱)



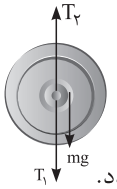
۱) در هر دو آزمایش نخ از قسمت پایین وزنه پاره می‌شود.

۲) در هر دو آزمایش نخ از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود.

۳) در آزمایش اوّل نخ از بالای وزنه پاره می‌شود و در آزمایش دوم از پایین وزنه.

۴) در آزمایش اوّل نخ از پایین وزنه پاره می‌شود و در آزمایش دوم از بالای وزنه.

حل اگر فرض کنیم جنس نخ بالایی و پایینی با هم یکی باشد، حداکثر نیروی قابل تحمل هر دو با هم برابر است، یعنی هر دو نخ با رسیدن به یک نیرو پاره می‌شوند. در حالت اوّل که به‌آرامی نیرو را زیاد می‌کنیم به‌دلیل تعادل گلوله داریم:



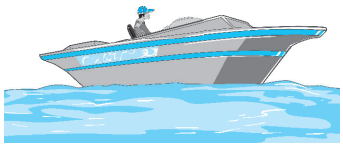
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 + mg \Rightarrow T_2 > T_1$$

پس در این حالت نیروی کشش نخ بالایی مقدار بیشتری دارد و با افزایش نیرو زودتر به حد نهایی تحمل خودش می‌رسد و نخ از بالا پاره می‌شود.

اما در حالت دوم چون به شکل ضربه‌ای در یک لحظه نخ کشیده می‌شود فرصت انتقال نیرو به نخ بالایی وجود ندارد و نخ از قسمت پایین پاره می‌شود.

۴ گزینهٔ ۱

فردی درون یک قایق موتوری نشسته است؛ موتور این قایق به گونه‌ای تنظیم شده که همواره نیروی افقی خالص ۶۰۰N را به جلو وارد کند. اگر مجموع جرم قایق و فرد نشسته در آن ۵۰۰kg باشد، شتاب حرکت قایق بر حسب متر بر مجذور ثانیه و اندازهٔ نیروی پیشران آن وقتی نیروی مقاوم ۳۰۰N باشد بر حسب نیوتون به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۹۰۰ ، ۱/۲

۲) ۹۰۰ ، ۱

۳) ۳۰۰ ، ۱/۲

۴) ۳۰۰ ، ۱

حل نیروی خالص وارد بر قایق و فرد، ۶۰۰ نیوتون است با استفاده از قانون دوم نیوتون به سادگی شتاب حرکت قایق را محاسبه می‌کنیم:

$$F = ma \xrightarrow[m=500kg]{F=600N} 600 = 500a \Rightarrow a = 1/2 \frac{m}{s^2}$$

نیروی خالص وارد بر قایق، برآیند نیروی پیشران و نیروی مقاوم است. بنابراین به سادگی داریم:

نیروی پیشران ⇒ نیروی خالص = نیروی پیشران - نیروی مقاوم

$$600 = 300 - \text{نیروی پیشران} \Rightarrow \text{نیروی پیشران} = 900N$$

۵ گزینهٔ ۱

نیروی F به جسمی به جرم m، شتاب a می‌دهد. اگر نیروی 3F + 1 به جسمی به جرم $\frac{m}{2}$ شتاب 6a + 2 بدهد، m چند کیلوگرم است؟ (تمامی مقادیر در واحد SI هستند).

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

حل با دو مرتبه نوشتن قانون دوم نیوتون مسئله حل می‌شود:

$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت اول: } F = ma \\ \text{حالت دوم: } 3F + 1 = \frac{m}{2}(6a + 2) \end{array}\right\} \Rightarrow 3ma + 1 = 3ma + m \Rightarrow m = 1kg$$

۶ گزینهٔ ۲

گلوله‌ای فولادی به جرم ۲۰g با سرعت $300\frac{m}{s}$ در تنهٔ درختی که ضخامت آن ۱۰cm است فرو می‌رود و از طرف دیگر آن با سرعت $200\frac{m}{s}$ خارج می‌شود. اندازهٔ نیروی متوسطی که تنه به آن وارد می‌کند چند نیوتون است؟

(ریاضی خارج ۸۴)

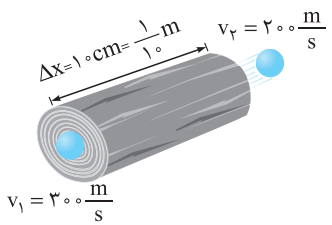
۱) ۵۰

۲) 5×10^{3}

۳) 5×10^{4}

۴) 5×10^{8}

حل اوّل باید از رابطه مستقل از زمان شتاب حرکت را تعیین کنیم.



$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 200^2 - 300^2 = 2a \times \frac{1}{10} \Rightarrow a = -250000\frac{m}{s^2}$$

مفهوم علامت منفی در رابطهٔ شتاب این است که سرعت در حال کاهش بوده است.

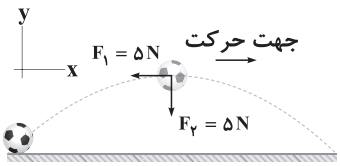
برای محاسبهٔ نیرو هم باید حواستون باشه که جرم بر حسب گرم داده شده و باید تبدیل به کیلوگرم بشه.

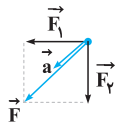
$$|F_{net}| = m|a| \Rightarrow |F_{net}| = \frac{20}{1000} \times 250000 = 5\times10^{3}N$$

حرف آخر: توی سوالات ترکیب حرکت و دینامیک حواستون باشه که عامل مشترک بین این دو فصل، دوست عزیزمون شتابه. پس شما باید دو بار رابطه‌هایی رو استفاده کنید که داخلش شتاب وجود داره، یکبار با کمیت‌های حرکت و یکبار هم با کمیت‌های دینامیک

۷ گزینهٔ ۳

شکل زیر نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم ۵۰۰ گرم را در بالاترین نقطهٔ مسیرش نشان می‌دهد. $\vec{F}_1$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{F}_2$ وزن توپ است. بزرگی شتاب در این نقطه چند متر بر مربع ثانیه است؟





۱) ۱۰ ☐ ۲) ۸ ☐
۳) $10\sqrt{2}$ ☐ ۴) ۲۰ ☐

حل در راستای افقی نیروی $\vec{F}_1 = 5N$ و در راستای قائم $\vec{F}_2 = 5N$ به توپ وارد می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در هر دو راستای افقی، مؤلفه‌های شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow -\vec{F}_1 = ma_x \xrightarrow[m=0/5kg]{\vec{F}_1=5N} -5 = 0/5a_x \Rightarrow a_x = -10\frac{m}{s^2}$$

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow -\vec{F}_2 = ma_y \xrightarrow[m=0/5kg]{\vec{F}_2=5N} -5 = 0/5a_y \Rightarrow a_y = -10\frac{m}{s^2}$$

حالا با برآیندگیری بین مؤلفه‌های شتاب، بزرگی شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \Rightarrow |a| = \sqrt{(-10)^2 + (-10)^2} \Rightarrow |a| = 10\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$$

۸ گزینهٔ ۴

فقط دو نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ و $\vec{F}_2$ بر ذره‌ای وارد می‌شوند و این ذره با سرعت ثابت $v_1 = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ حرکت می‌کند. در این حالت نیروی $\vec{F}_2$ کدام است؟ (یکاها در SI است). *(ریاضی خارج ۸۸)*

۱) $\vec{i} + 2\vec{j}$ ☐ ۲) $-\vec{i} - 2\vec{j}$ ☐
۳) $2\vec{i} - 6\vec{j}$ ☐ ۴) $-2\vec{i} + 6\vec{j}$ ☐

حل جسم در حال حرکت با سرعت ثابت است و این به‌معنای صفر بودن شتاب و برآیند نیروها است. پس نیروی $\vec{F}_2$ باید قرینه نیروی $\vec{F}_1$ باشد تا کاملاً آن را خنثی کند.

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

۹ گزینهٔ ۲

جسمی به جرم ۵kg تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F}_1 = -15\vec{i} + 8\vec{j}$، $\vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j}$ و $\vec{F}_3$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ را پیدا کرده است. اندازهٔ نیروی $\vec{F}_3$ کدام است؟ (همهٔ اندازه‌ها در SI است). *(ریاضی داخل ۸۹)*

۱) ۴ ☐ ۲) ۲۰ ☐ ۳) ۲۸ ☐ ۴) ۴۸ ☐

حل ابتدا از قانون دوم نیوتون برآیند نیروها را به شکل برداری حساب می‌کنیم تا از روی آن بردار نیروی $\vec{F}_3$ به‌دست بیاید.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow (-15\vec{i} + 8\vec{j}) + (-21\vec{i} + 19\vec{j}) + \vec{F}_3 = 5(-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow -36\vec{i} + 27\vec{j} + \vec{F}_3 = -20\vec{i} + 15\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j}$$

حالا نوبت پیدا کردن اندازهٔ نیروی $\vec{F}_3$ می‌شود.

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20N$$

۱۰ گزینهٔ ۱

سه نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} + 2\vec{j}$، $\vec{F}_2 = 3\vec{i} + \beta\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = 3\vec{i} + 8\vec{j}$ به‌طور همزمان به جسمی به جرم ۴kg اثر می‌کنند. اگر به‌ازای دو مقدار β اندازهٔ شتاب متحرک $2\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$ شود، مجموع دو مقدار β در SI کدام است؟

۱) ۲۰- ☐ ۲) ۱۶- ☐
۳) ۱۶+ ☐ ۴) ۸- ☐

حل با توجه به این‌که مؤلفهٔ افقی تمامی نیروها را در اختیار داریم، مؤلفهٔ افقی شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow 2 + 3 + 3 = 4a_x \Rightarrow a_x = 2\frac{m}{s^2}$$

شتاب برآیند را در اختیار داریم پس به سادگی اندازهٔ مؤلفهٔ عمودی شتاب را هم محاسبه می‌کنیم.

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = 2^2 + a_y^2 \Rightarrow |a_y| = 2\frac{m}{s^2}$$

حالا با استفاده از اندازهٔ شتاب قائم، اندازهٔ برآیند نیروهای قائم را حساب می‌کنیم.

$$|\sum F_y| = m|a_y| \xrightarrow[m=4kg]{|a_y|=2\frac{m}{s^2}} |\sum F_y| = 4\times 2 = 8N \Rightarrow \sum F_y = 8 \text{ یا } \sum F_y = -8$$

برای هر دو حالت اندازهٔ β را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}\sum F_y = 8 \Rightarrow 8 + 2 + \beta_1 = 8 \Rightarrow \beta_1 = -2 \\ \sum F_y = -8 \Rightarrow 8 + 2 + \beta_2 = -8 \Rightarrow \beta_2 = -18\end{array}\right\} \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 = -20$$

۱۱ **به جسمی به جرم ۳kg هم‌زمان نیروهای ۳، ۷ و ۱۷ نیوتونی اثر می‌کنند. کدام گزینه می‌تواند شتاب حرکت این جسم در SI باشد؟**

گزینهٔ ۱

۱) ۴ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) ۱۰ ☐ ۴) صفر ☐

حل هرگاه چند نیرو به یک جسم وارد شود و یکی از نیروها بزرگ‌تر از مجموع نیروهای دیگر باشد (۳ + ۷ < ۱۷) جسم الزاماً به حرکت درمی‌آید (چرا؟). کمترین شتاب حرکت آن هنگامی خواهد بود که مابقی نیروها در خلاف جهت نیروی بزرگ‌تر باشند و بیشترین شتاب هنگامی است که همهٔ نیروها هم جهت باشند بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{min} \le F \le F_{max} \xrightarrow[F_{min}=17-7-3]{F_{max}=17+7+3} 7 \le F \le 27 \xrightarrow{F=ma} 7 \le ma \le 27 \xrightarrow{m=3kg} \frac{7}{3} \le a \le 9$$

تنها گزینهٔ «۱» در این بازه قرار دارد.

۱۲ **جسمی به جرم ۲kg تحت اثر چهار نیروی ۲، ۴، ۸ و ۱۱ نیوتونی در تعادل است. اگر اندازهٔ نیروهای ۲، ۴ و ۱۱ نیوتونی را سه برابر کنیم، جسم با چه شتابی بر حسب متر بر مربع ثانیه به حرکت درخواهد آمد؟**

گزینهٔ ۱

۱) ۸ ☐ ۲) ۴ ☐ ۳) ۲ ☐ ۴) ۱ ☐

حل وقتی که جسمی تحت اثر چهار نیرو در تعادل است؛ هر کدام از این چهار نیرو توسط سه نیروی دیگر خنثی می‌شود، به بیان دیگر برآیند هر سه نیروی دلخواه از این جمع برابر با نیروی چهارم است؛ بنابراین برآیند نیروهای ۲، ۴ و ۱۱ نیوتونی برابر ۸ نیوتون است و وقتی هر کدام از آن‌ها سه برابر شود برآیند آن‌ها هم سه برابر می‌شود؛ پس داریم:

$$\sum F = \underbrace{24}_{\text{نیروهای سه برابر شده}} - \overbrace{8}^{\text{نیروی ۸ نیوتونی بدون تغییر}} = 16 = ma \xrightarrow{m=2kg} a = 8\frac{m}{s^2}$$

۱۳ **مطابق شکل روبه‌رو دو اسکیت‌باز (۱) و (۲) به‌ترتیب، به جرم‌های ۸۰kg و ۴۰kg در یک سالن مسطح و صاف بدون اصطکاک روبروی هم ایستاده‌اند. شخص اوّل با نیروی ۲۰N شخص دوم را به سمت راست هُل می‌دهد. اندازه شتابی که شخص دوم و شخص اوّل بر حسب متر بر مربع ثانیه می‌گیرند به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟**

گزینهٔ ۱

۱) ۰/۲۵ − ۰/۵ ☐ ۲) ۰/۵ − ۰/۵ ☐

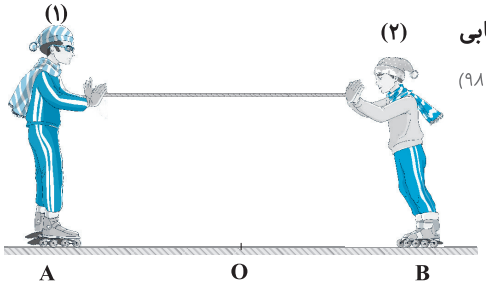
۳) ۰/۲۵ − ۰/۲۵ ☐ ۴) ۰/۵ − ۰/۲۵ ☐

حل طبق قانون سوم نیوتون وقتی شخص اوّل به شخص دوم نیروی ۲۰ نیوتونی به سمت راست وارد می‌کند، شخص دوم هم به شخص اوّل همان نیرو را به سمت چپ (خلاف جهت نیرویی که شخص اوّل وارد کرده) وارد می‌کند؛ با نوشتن قانون دوم نیوتون برای هر دو شخص خواهیم داشت:

$$|\sum F_2| = |m_2 a_2| \xrightarrow{m_2=40kg} |20| = |40 a_2| \Rightarrow |a_2| = 0/5\frac{m}{s^2}$$

$$|\sum F_1| = |m_1 a_1| \xrightarrow{m_1=80kg} |20| = |80 a_1| \Rightarrow |a_1| = 0/25\frac{m}{s^2}$$

۱۴ **مطابق شکل زیر، دو نفر به جرم‌های m_1 و $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ روی یک سطح افقی با اصطکاک ناچیز قرار دارند. اگر در ابتدا به فاصله‌های مساوی از نقطهٔ O قرار داشته باشند و توسط طنابی هر یک دیگری را به سمت خود بکشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟** (تجربی خارج ۹۸)



گزینهٔ ۳

۱) در نقطهٔ O به یکدیگر می‌رسند.

۲) بین O و B به یکدیگر می‌رسند.

۳) بین O و A به یکدیگر می‌رسند.

۴) m_1 ساکن می‌ماند و m_2 به او می‌رسد.

حل بنا به قانون سوم نیوتون اندازهٔ نیروی وارد بر دو شخص برابر است.

$$F_{12} = F_{21}$$

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2=\frac{1}{2}m_1} a_2 = 2a_1$$

با توجه به معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{a_2=2a_1} \Delta x_2 = 2\Delta x_1$$

پس جابه‌جایی شخص (۲) دو برابر شخص (۱) است و دو متحرک در نقطه‌ای بین O و A به هم می‌رسند.

مرحلهٔ دوم جمع‌بندی — معرفی انواع نیرو

در این مرحله شما را با برخی نیروهای خاص آشنا می‌کنیم:

مبحث (۱): نیروی وزن

نیروی گرانشی که از طرف زمین به جسمی در نزدیکی زمین وارد می‌شود، وزن نام دارد و به صورت روبه‌رو محاسبه می‌شود: $\vec{W} = m\vec{g}$

$\vec{W}$ ← نیروی وزن بر حسب نیوتون (N)

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

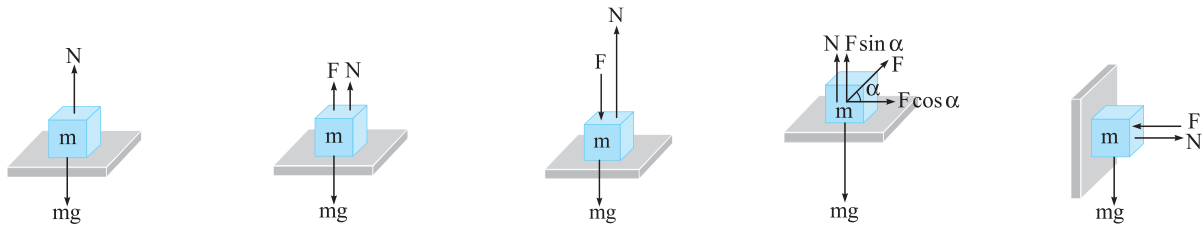
$\vec{g}$ ← شتاب گرانش بر حسب نیوتون به کیلوگرم $\left(g = ۹/۸ \frac{N}{kg} \simeq ۱۰ \frac{N}{kg}\right)$

نکته دقت کنید که جرم جسم به مقدار مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ جسم بستگی دارد و در تمام نقاط ثابت است، اما وزن جسم علاوه بر جرم به $\vec{g}$ نیز بستگی دارد که در نقاط مختلف می‌تواند متفاوت باشد. به‌طور مثال اگر یک کتاب را از سطح زمین به سطح ماه منتقل کنید، جرم آن ثابت می‌ماند، اما وزن آن کاهش می‌یابد، چون جاذبهٔ گرانش در سطح ماه ضعیف‌تر از سطح زمین است.

مبحث (۲): نیروی عمودی سطح

اگر جسمی بر روی سطحی قرار بگیرد سطح تماس دو جسم تغییر شکل می‌دهد و باعث می‌شود سطح به‌طور عمودی نیرویی به جسم وارد کند که به آن نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) می‌گویند و آن را با نماد $\vec{F}_N$ نشان می‌دهند که در این کتاب برای سادگی بیشتر گاهی با $\vec{N}$ نشان داده می‌شود.

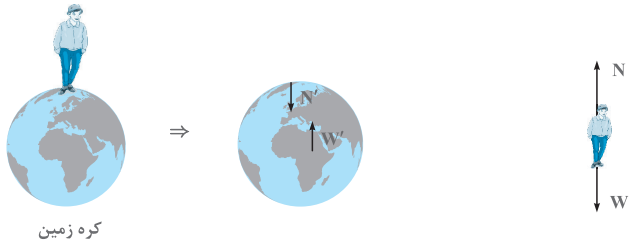
همان‌طور که می‌دانید نیروهای وارد به جسم ساکن متوازن هستند. بنابراین برای به‌دست آوردن اندازهٔ نیروی عمودی سطح در حالت‌های مختلف می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:



$N = mg$ | $F + N = mg$ | $N = F + mg$ | $N + F\sin\alpha = mg$ | $N = F$

نکته دقت کنید که نیروهای وزن $(\vec{W})$ و عمودی سطح $(\vec{N})$ به یک جسم وارد می‌شوند و نیروهای کنش و واکنش نیستند.

نیروی واکنش وزن $(\vec{W'})$ به مرکز کرهٔ زمین و نیروی واکنش عمودی سطح $(\vec{N'})$ به سطح وارد می‌شود. به شکل زیر دقت کنید:



کره زمین

مبحث (۳): نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک یک نیروی تماسی است که با حرکت نسبی دو جسمی که با هم در تماس هستند مخالفت می‌کند. نیروی اصطکاک به‌علت ناهمواری‌های محل تماس دو جسم ایجاد می‌شود. حتی سطوحی که بسیار صاف به نظر می‌رسند، ناهمواری‌های میکروسکوپی بسیاری دارند که باعث به وجود آمدن نیروی اصطکاک می‌شود.

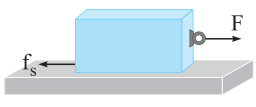
نیروی اصطکاک بین دو جسم به جنس سطح دو جسم و زبری و نرمی آن‌ها و ... بستگی دارد.

نیروی اصطکاک دارای دو نوع ایستایی و جنبشی است که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد:

نیروی اصطکاک ایستایی: به نیروی اصطکاکی که در حالت سکون به جسم وارد می‌شود، اصطکاک ایستایی می‌گویند و آن را با f_s نشان می‌دهند.

فرض کنید، مطابق شکل زیر جسمی را با نیروی F روی سطح افقی بکشیم و جسم حرکت نکند، در این حالت، نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) در خلاف جهت F به جسم وارد می‌شود و مانع حرکت جسم می‌شود.

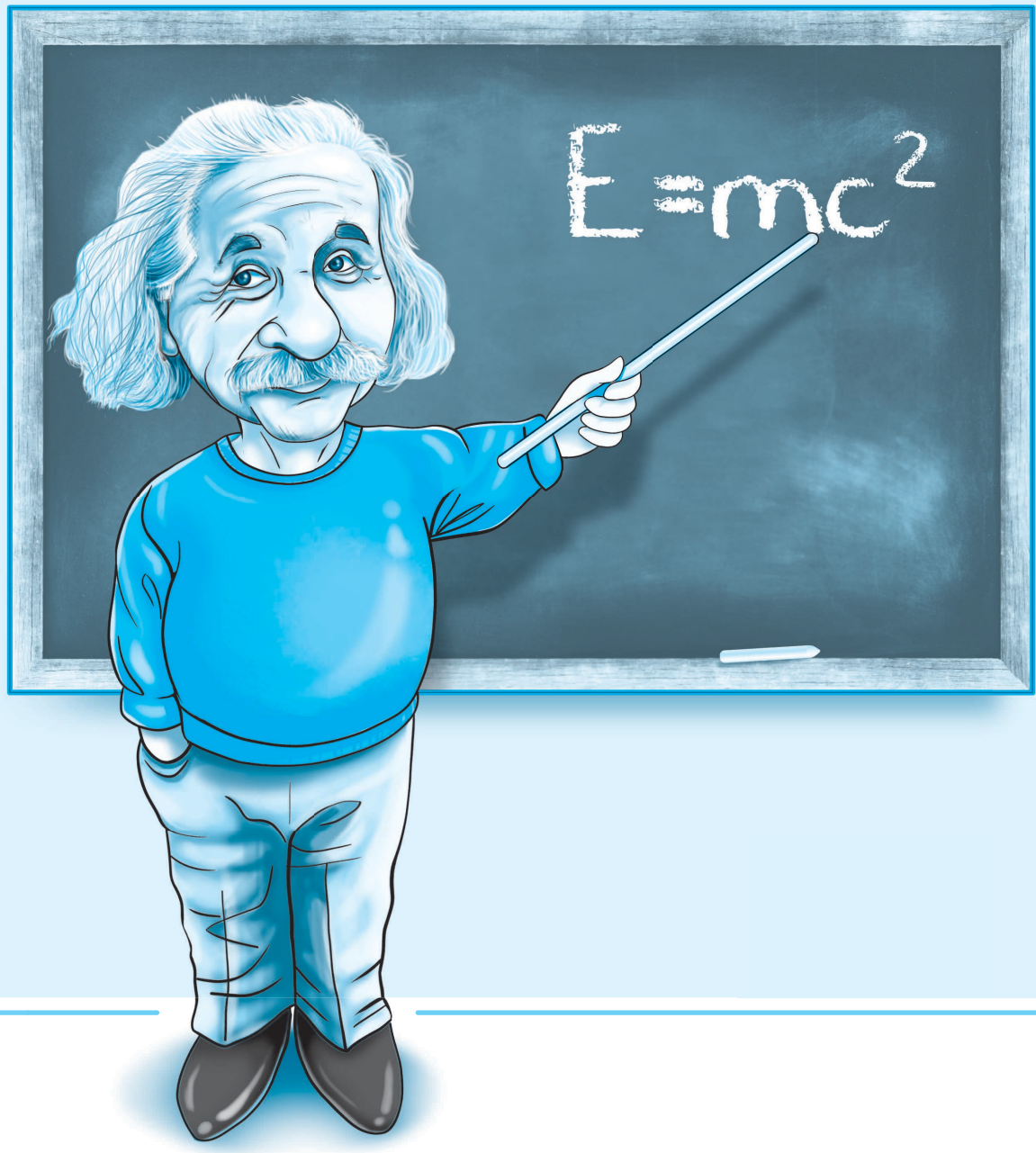
با توجه به این‌که جسم ساکن است، بنابر قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد شده به آن صفر است و داریم:



$f_s = F$

فصل سوم

نوسان و امواج

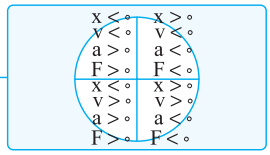


جمع‌بندی فصل سوم در یک نگاه

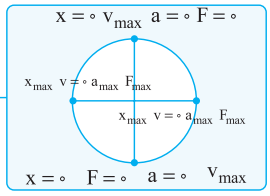
نوسان و امواج

حرکت هماهنگ ساده

- **علامت کمیت‌های مختلف**



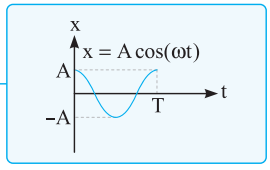
- **اندازهٔ کمیت‌های مختلف**



- **روابط اولیه**

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

- **معادله نمودار مکان- زمان**



- **جرم- فنر نوسانگرها**

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- **آونگ ساده**

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

- **روابط انرژی**

$$E = K + U$$
$$E = \frac{1}{2}kA^2 = 2\pi^2 mA^2 f^2$$
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- **بیشینه کمیت‌ها**

$$x_{max} = A$$
$$v_{max} = A\omega$$
$$a_{max} = A\omega^2$$
$$F_{max} = mA\omega^2$$
$$K_{max} = U_{max} = 2\pi^2 mA^2 f^2$$

موج

- **انواع موج**
  - **مکانیکی**
    - عرضی: مانند موج ایجاد شده در طناب — $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، $\mu = \frac{m}{L}$ ، $\mu = \rho A$
    - طولی: مانند صوت
  - **امواج الکترومغناطیسی (عرضی)**: مانند نور — $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$
- **روابط وکمیت‌های اصلی**

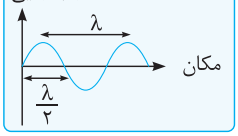
$$v = \lambda f$$

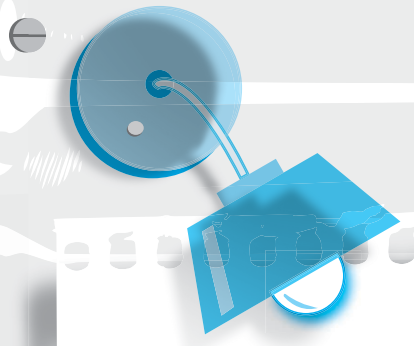
v تابع ویژگی‌های محیط

f تابع ویژگی‌های چشمه

λ تابع v و f

جابه‌جایی





صوت و امواج الکترومغناطیسی

صوت

تندی انتشار صوت

$$v_{\text{گازها}} < v_{\text{مایعات}} < v_{\text{جامدات}}$$

شدت صوت

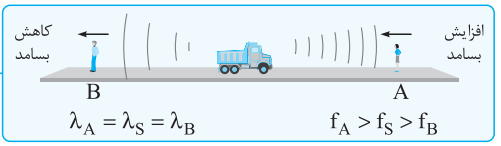
$$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{E}{A.t} \qquad \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

تراز شدت صوت

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

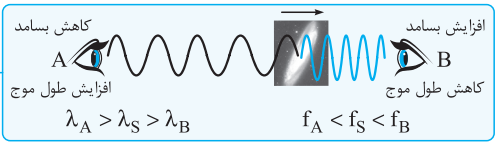
دوپلر

چشمه ساکن ناظر متحرک



$$\lambda_A = \lambda_S = \lambda_B \qquad f_A > f_S > f_B$$

چشمه متحرک ناظر ساکن

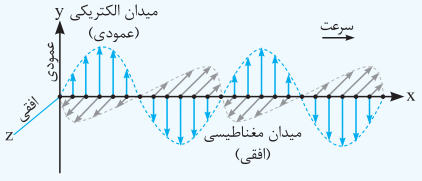


$$\lambda_A > \lambda_S > \lambda_B \qquad f_A < f_S < f_B$$

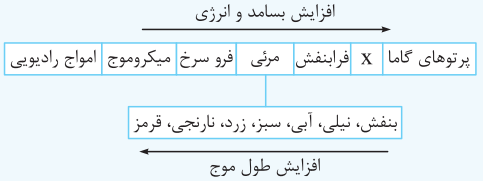
ویژگی‌ها

۱) امواج الکترومغناطیسی از E متغیر و B متغیر به وجود می‌آیند.
۲) E متغیر B تولید می‌کند، B متغیر E تولید می‌کند.
۳) E و B برهم عمودند و هم‌فازند.
۴) E و B برجهت انتشار عمودند و امواج الکترومغناطیسی عرضی هستند.
۵) نیاز به محیط مادی برای انتشار ندارند.

نمودار



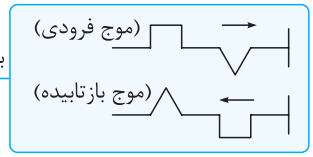
طیف



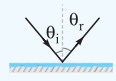
بازتاب و شکست امواج

بازتاب امواج

برخورد امواج به موانع

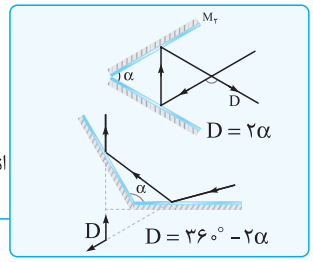


قانون عمومی بازتاب



$$\theta_i = \theta_r$$

انحراف پرتوها در آینه‌های متقاطع

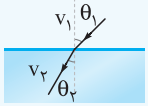


شکست امواج

ضریب شکست

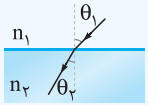
$$n = \frac{c}{v} \qquad \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

قانون عمومی شکست



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

قانون اسنل



$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

جمع‌بندی روابط شکست

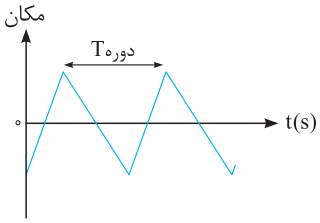
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

مبحث (۱): تعاریف اولیه

به هر حرکت رفت و برگشتی حرکت نوسانی می‌گویند. حرکت‌های نوسانی می‌توانند به‌صورت دوره‌ای یا غیر دوره‌ای باشند.

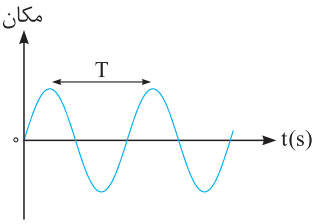
نوسان‌های دوره‌ای: نوسان‌هایی که چرخه (سیکل) آن‌ها در دوره‌های دیگر تکرار شود، نوسان دوره‌ای نام دارند.

در شکل روبه‌رو چرخهٔ یک نوسان دوره‌ای مشخص شده است.



حرکت هماهنگ ساده (SHM): حرکت نوسانی دوره‌ای که به‌صورت سینوسی باشد، حرکت هماهنگ ساده نام دارد.

در شکل روبه‌رو چرخهٔ یک حرکت ساده مشخص شده است.



دورهٔ تناوب: مدت زمان یک چرخه، دورهٔ تناوب حرکت نامیده می‌شود. دورهٔ تناوب را با T نشان می‌دهند و یکای آن در SI ثانیه است و به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T = \frac{t}{n}$$

T ← دورهٔ تناوب بر حسب ثانیه (s)

t ← کل زمان طی شدن چرخه‌ها برحسب ثانیه (s)

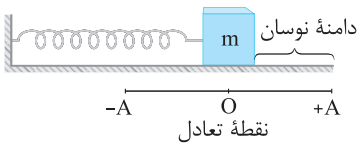
n ← تعداد چرخه‌های طی شده

بسامد (فرکانس): تعداد نوسان‌های انجام شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه بسامد (فرکانس) نامیده می‌شود. بسامد (فرکانس) را با f نشان می‌دهند و یکای آن در SI هرتز (Hz) است و به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t}$$

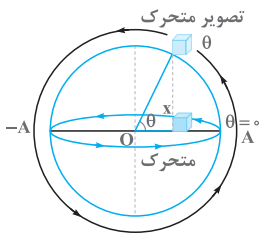
مبحث (۲): تحلیل دقیق‌تر حرکت نوسانی ساده

فرض کنید مطابق شکل مقابل جسمی به فنر متصل شده باشد و روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار گرفته باشد. اگر این جسم را به اندازهٔ A از وضع تعادل خود به سمت راست بکشیم و رها کنیم جسم بر روی پاره‌خطی به طول ۲A حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشینهٔ فاصلهٔ جسم از نقطهٔ تعادل دامنهٔ حرکت هماهنگ ساده نام دارد که با A نشان داده می‌شود.



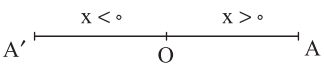
! نکته برای تحلیل راحت‌تر حرکت هماهنگ ساده از یک دایرهٔ فرضی به نام دایرهٔ مرجع استفاده می‌کنیم. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید هنگامی‌که متحرک روی پاره‌خط نوسان، یک حرکت رفت‌وبرگشتی کامل انجام می‌دهد، تصویر متحرک روی دایرهٔ مرجع یک دایرهٔ کامل را طی می‌کند.

همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، زاویه‌ای که محل تصویر را مشخص می‌کند، θ یا فاز حرکت نام دارد.

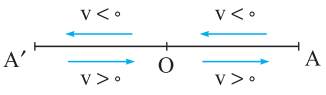


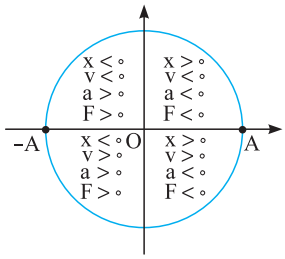
تعیین علامت کمیت‌های مختلف در حرکت هماهنگ ساده

مکان: فرض کنید جسمی روی محور xها بر روی پاره‌خطی به طول ۲A حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر نقطهٔ تعادل را به‌عنوان مبدأ مختصات در نظر بگیریم، می‌توانیم بگوییم هنگامی‌که متحرک در سمت راست نقطهٔ تعادل قرار دارد (در ربع‌های اول و چهارم دایرهٔ مرجع) مکان آن مثبت و هنگامی‌که سمت چپ نقطهٔ تعادل قرار دارد (ربع‌های دوم و سوم دایرهٔ مرجع) مکان آن منفی است.



سرعت: هنگامی‌که متحرک در جهت محور xها حرکت می‌کند (ربع‌های سوم و چهارم) سرعت مثبت و هنگامی‌که در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند (ربع‌های اول و دوم) سرعت متحرک منفی است.





شتاب و نیرو: به‌طور کلی طبق رابطهٔ $F = ma$ ، شتاب و نیرو همواره هم‌علامت هستند. در حرکت هماهنگ ساده هنگامی‌که جسم در سمت راست نقطهٔ تعادل قرار می‌گیرد فنر جسم را به سمت چپ می‌کشد و هنگامی‌که جسم در سمت چپ نقطهٔ تعادل قرار می‌گیرد، فنر آن را به سمت راست هل می‌دهد. به عبارت دیگر می‌توانیم بگوییم، هنگامی‌که $x > ۰$ است نیروی واردشده و به‌دنبال آن شتاب حرکت جسم منفی هستند و هنگامی‌که $x < ۰$ است، نیروی وارد شده به جسم و شتاب حرکت جسم مثبت هستند. در شکل مقابل علامت کمیت‌های مختلف در یک دایره مشخص شده است.

تعیین مقدار کمیت‌های مختلف در حرکت هماهنگ ساده

مکان: هنگامی‌که متحرک در نقطهٔ تعادل است $x = ۰$ می‌باشد و هنگامی‌که در ابتدا و انتهای پاره‌خط نوسان قرار می‌گیرد، بیشترین فاصله را تا مبدأ مختصات دارد. به نقاط ابتدا و انتهای پاره‌خط نوسان در اصطلاح نقاط بازگشت می‌گویند.

سرعت: در نقاط بازگشت، متحرک یک لحظه توقف می‌کند و تغییر جهت می‌دهد، بنابراین در این نقاط $v = ۰$ است و در هنگام عبور از نقطهٔ تعادل اندازهٔ سرعت متحرک بیشینه است.

شتاب و نیرو: در نقاط بازگشت، چون جسم بیشترین فاصله را از نقطهٔ تعادل دارد. (فنر بیشترین فشردگی یا بیشترین کشیدگی را دارد.)، نیروی وارد شده به جسم و در نتیجه شتاب حرکت جسم بیشینه است. امّا در نقطهٔ تعادل نیروی وارد شده به جسم و در نتیجه شتاب حرکت آن صفر است.

در شکل زیر اندازهٔ کمیت‌های مختلف در نقاط خاص مشخص شده‌اند.

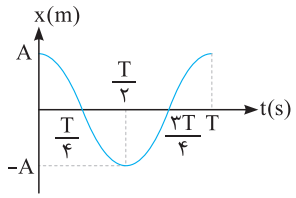
$x = ۰ \quad F = ۰ \quad a = ۰ \quad v_{max}$

$v = ۰ \quad a_{max} \quad F_{max} \quad x_{max}$ $\qquad$ $x_{max} \quad F_{max} \quad a_{max} \quad v = ۰$

$x = ۰ \quad F = ۰ \quad a = ۰ \quad v_{max}$

مبحث (۳): معادله و نمودار مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده

همان‌طور که گفتیم در حرکت هماهنگ ساده نمودار مکان - زمان نموداری سینوسی است، یعنی مکان را می‌توان به‌صورت تابعی سینوسی یا کسینوسی از زمان نوشت که در کتاب درسی فیزیک سال دوازدهم تابع کسینوسی انتخاب شده است و داریم:



$$x = A\cos(\omega t)$$

$x \leftarrow$ مکان نوسانگر برحسب متر (m)

$A \leftarrow$ دامنه حرکت نوسانگر برحسب متر (m)

$\omega \leftarrow$ بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان برثانیه $(\frac{rad}{s})$

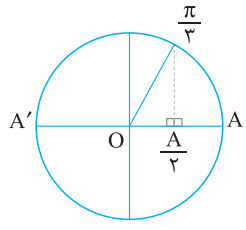
$t \leftarrow$ زمان برحسب ثانیه (s)

نکته در رابطهٔ بالا بسامد زاویه‌ای (ω) برابر تغییرات فاز حرکت در واحد زمان است که به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f$$

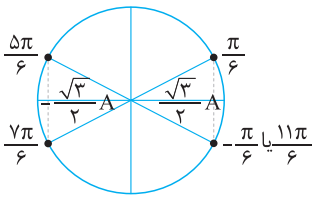
آشنایی با مکان‌ها و فازهای معروف کنکور

هنگامی‌که جسم روی پاره‌خط نوسان در مکان x قرار دارد، تصویر آن روی دایرهٔ مرجع در فاز θ قرار می‌گیرد. دقت کنید که در معادلهٔ مکان - زمان شناسهٔ تابع کسینوس (یعنی ωt) همان فاز حرکت است. به‌طور مثال هنگامی‌که تصویر متحرک در فاز $\frac{\pi}{۳}$ است، مکان متحرک به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

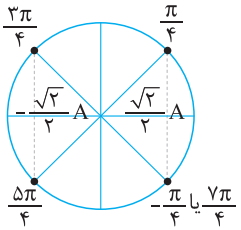


$$x = A\cos(\omega t) = A\cos(\frac{\pi}{۳}) = \frac{A}{۲}$$

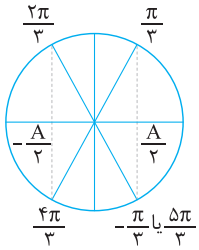
برای افزایش سرعت پاسخ‌گویی سؤالات این قسمت، تمام فازها و مکان‌های معروف را در سه شکل زیر مشخص کرده‌ایم. لطفاً این شکل‌ها را خیلی خوب بررسی کنید.



گروه $\frac{\pi}{۶}$



گروه $\frac{\pi}{۴}$



گروه $\frac{\pi}{۳}$

نکته هنگامی‌که نوسانگر از مکان x_1 به مکان x_2 جابه‌جا می‌شود فاز آن از θ_1 تا θ_2 تغییر می‌کند. برای به‌دست آوردن زمان این جابه‌جایی می‌توان از دو روش زیر استفاده کرد:

روش (۱): استفاده از بسامد زاویه‌ای

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

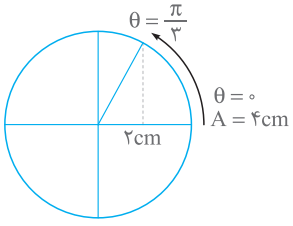
روش (۲): استفاده از تناسب

$$\frac{\Delta\theta}{۲\pi} = \frac{\Delta t}{T}$$

برای درک بهتر این نکته به مثال زیر توجه کنید:

مثال **متحرکی بر روی پاره‌خطی به طول ۸cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر متحرک در مدت زمان ۲s از $x_1 = ۴cm$ به $x_2 = ۲cm$ برسد، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟ (مبدأ مختصات منطبق بر نقطهٔ تعادل است.)**

حل با توجه به این‌که طول پاره‌خط نوسان ۸cm است، دامنهٔ نوسان برابر ۴cm می‌باشد، بنابراین همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید متحرک از نقطهٔ $x = A$ به نقطهٔ $x = \frac{A}{۲}$ رفته است به عبارت دیگر فاز متحرک از $\theta = ۰$ تا $\theta = \frac{\pi}{۳}$ تغییر کرده است و داریم:



روش اوّل: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{۳}}{۲} = \frac{\pi}{۶}\frac{rad}{s}$

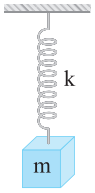
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۱۲s$$

روش دوم: $\frac{\Delta\theta}{۲\pi} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{۳}}{۲\pi} = \frac{۲}{T} \Rightarrow T = ۱۲s$

مبحث (۴): نوسانگرها

در ادامه با دو نوسانگر مهم و روابط آن‌ها آشنا می‌شوید.

الف) جرم و فنر: فرض کنید مطابق شکل زیر جسمی به جرم m به فنری به ثابت k متصل شده باشد و جسم در راستای قائم در حال نوسان باشد. در این حالت برای به‌دست آوردن دوره و بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم - فنر می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

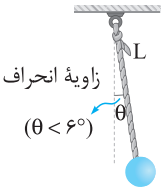
T ← دورهٔ سامانهٔ جرم - فنر برحسب ثانیه (s)

ω ← بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم - فنر برحسب رادیان بر ثانیه ($\frac{rad}{s}$)

m ← جرم جسم متصل شده به فنر برحسب کیلوگرم (kg)

k ← ثابت فنر برحسب نیوتون بر متر ($\frac{N}{m}$)

ب) آونگ ساده: آونگ ساده شامل وزنهٔ کوچکی است که از نخ بدون جرم و کش نیامدنی به طول L که سر دیگر آن ثابت شده است، آویزان است. اگر زاویهٔ انحراف آونگ از وضع تعادل کوچک باشد، آونگ حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت و در این حالت برای به‌دست آوردن دوره و بسامد زاویه‌ای آن می‌توانیم از روابط روبه‌رو استفاده کنیم:



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

T ← دورهٔ نوسان آونگ ساده برحسب ثانیه (s)

ω ← بسامد زاویه‌ای آونگ ساده برحسب رادیان بر ثانیه ($\frac{rad}{s}$)

L ← طول نخ برحسب متر (m)

g ← شتاب گرانش در محل مورد نظر برحسب متر بر مجذور ثانیه ($\frac{m}{s^۲}$)

نکته اگر آونگ ساده داخل آسانسوری که با شتاب a در حال حرکت می‌باشد، قرار بگیرد به‌جای g مقدار g' را جایگذاری می‌کنیم که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$g' = (g \pm a)$$

علامت مثبت برای هنگامی است که شتاب رو به بالا و علامت منفی برای وقتی است که شتاب رو به پایین باشد.

اگر کاربرد این رابطه را به خاطر ندارید نگاهی به مبحث آسانسور در همین کتاب بیندازید.

نکته اگر آونگ ساده در ارتفاع h از سطح زمین قرار بگیرد و h به اندازهٔ کافی زیاد باشد تا شتاب گرانش تغییر کند، در رابطهٔ فوق مقدار g به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

اگر این رابطه را هم فراموش کرده‌اید نگاهی به مبحث گرانش در همین کتاب داشته باشید.

مبحث (۵): رابطهٔ شتاب و نیرو برحسب مکان در حرکت هماهنگ ساده

همان‌طور که می‌دانید در حرکت هماهنگ سادهٔ سامانهٔ جرم - فنر، اندازهٔ نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود برابر $F = kx$ است. از طرف دیگر طبق قانون دوم نیوتون، $F = ma$ است و داریم:

$$\left.\begin{matrix} F = kx \\ F = ma \end{matrix}\right\} \Rightarrow kx = ma \Rightarrow a = \frac{k}{m}x \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} a = \omega^2 x \xrightarrow{\text{علامت a قرینهٔ x است}} a = -\omega^2 x$$

a ← شتاب نوسانگر برحسب متر برمجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

ω ← بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان برثانیه $(\frac{rad}{s})$

x ← مکان نوسانگر برحسب متر (m)

نکات ۱) دقت کنید که رابطهٔ فوق برای سامانهٔ جرم - فنر به‌دست آمده است امّا می‌توان نشان داد که برای سایر نوسانگرها مانند آونگ ساده نیز قابل استفاده است.

۲) با مشخص شدن رابطهٔ شتاب برحسب مکان، رابطهٔ نیرو برحسب مکان نیز به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید: $F = ma \Rightarrow F = -m\omega^2 x$

۳) همان‌طور که می‌دانید، بیشترین مقدار x برابر A می‌باشد، بنابراین بیشترین اندازهٔ نیروی وارد شده به نوسانگر و بیشینهٔ شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x_{max} = A} |a_{max}| = A\omega^2$$

$$F_{max} = ma_{max} \Rightarrow |F_{max}| = mA\omega^2$$

a_{max} ← بیشینهٔ شتاب نوسانگر برحسب متر برمجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

F_{max} ← بیشینهٔ نیروی وارد شده به نوسانگر برحسب نیوتون (N)

مبحث (۶): انرژی در حرکت هماهنگ ساده

فرض کنید جسمی به جرم m به فنری به ثابت k متصل شده باشد و در راستای افقی حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. در این حالت با نوسان جسم به‌طور مداوم انرژی جنبشی نوسانگر به انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر تبدیل شده و انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، به‌طوری‌که در نقاط بازگشت که تندی حرکت صفر است، انرژی جنبشی نوسانگر صفر بوده و همهٔ انرژی آن به‌صورت پتانسیل می‌باشد و در نقطهٔ تعادل که فنر طول عادی خود را دارد، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر صفر شده و همهٔ انرژی آن به‌صورت جنبشی است. دقت کنید که چون اصطکاک و تلفات انرژی نداریم مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل جسم که برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است، ثابت می‌ماند و اندازهٔ آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad E = 2\pi^2 mA^2 f^2$$

E ← انرژی مکانیکی نوسانگر برحسب ژول (J)

k ← ثابت فنر برحسب نیوتون بر متر $(\frac{N}{m})$

A ← دامنهٔ نوسان برحسب متر (m)

m ← جرم جسم برحسب کیلوگرم (kg)

f ← بسامد نوسان برحسب هرتز (Hz)

نکات ۱) دقت کنید که تمام نکات مطرح شده در مورد انرژی سامانهٔ جرم و فنر برای سایر نوسانگرها مانند آونگ ساده نیز صادق است.

۲) همان‌طور که می‌دانید انرژی مکانیکی جسم طبق رابطهٔ $E = K + U$ برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل جسم است. اگر به کمک رابطهٔ بالا E را به‌دست آورده و به کمک رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی جسم را حساب کنیم و در رابطهٔ $E = K + U$ قرار دهیم انرژی پتانسیل جسم به‌دست می‌آید.

۳) در نقطهٔ تعادل انرژی پتانسیل برابر صفر بوده و انرژی جنبشی جسم بیشترین مقدار خود را دارد و در نقاط بازگشت انرژی جنبشی جسم برابر صفر بوده و انرژی پتانسیل جسم بیشترین مقدار خود را دارد که به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید: $K_{max} = U_{max} = E = 2\pi^2 mA^2 f^2$

٤ به کمک مقدار K_{max} می‌توان مقدار بیشترین تندی که متحرک می‌تواند در طول حرکتش داشته باشد را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$k_{max} = ۲\pi^۲ mA^۲f^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲_{max} = ۲\pi^۲ mA^۲f^۲ \Rightarrow v^۲_{max} = ۴\pi^۲A^۲f^۲ \Rightarrow v_{max} = ۲\pi fA \xrightarrow{\omega = ۲\pi f} \boxed{v_{max} = A\omega}$$

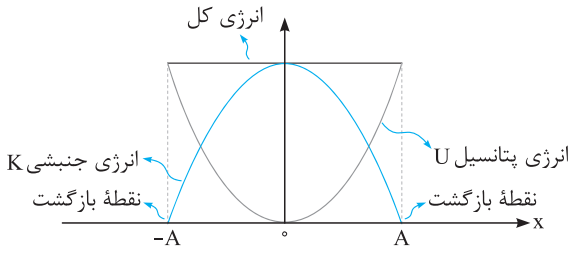
v_{max} ← بیشترین تندی حرکت نوسانگر بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

A ← دامنهٔ حرکت برحسب متر (m)

ω ← بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه $(\frac{rad}{s})$

نمودار انرژی در حرکت هماهنگ ساده

همان‌طور که گفتیم در نقاط بازگشت انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی صفراست و در نقطهٔ تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفراست و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر که برابر انرژی مکانیکی آن می‌باشد، ثابت است. بنابراین نمودارهای انرژی نوسانگر برحسب مکان به‌صورت زیر می‌باشد:

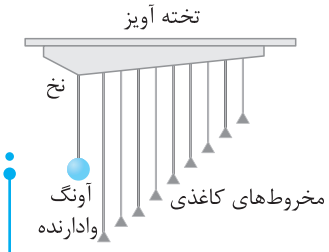


مبحث (۷): تشدید

بسامد طبیعی: اگر یک سامانهٔ جرم - فنر یا یک آونگ ساده را از وضع تعادل خارج کرده و رها کنیم با بسامد معینی شروع به نوسان می‌کند که به بسامد این حرکت بسامد طبیعی گویند و با $f_۰$ نشان داده می‌شود.

نوسان واداشته: اگر به وسیلهٔ اعمال یک نیروی خارجی نوسانگرهایی مانند سامانهٔ جرم - فنر یا آونگ ساده را وادار به حرکت کنیم، حرکت انجام شده را نوسان واداشته می‌گویند و بسامد آن را با f_d نشان می‌دهند.

تشدید: اگر به یک نوسانگر یک نیروی خارجی دوره‌ای وارد شود و بسامد نیروی خارجی (f_d) برابر بسامد طبیعی نوسانگر ($f_۰$) باشد، دامنهٔ نوسان‌های جسم بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود که به این پدیده، تشدید یا رزونانس می‌گویند.



برای بررسی پدیدهٔ تشدید از وسیلهٔ آزمایشگاهی مقابل استفاده می‌شود که به آن آونگ‌های بارتون می‌گویند. در این آزمایش اگر آونگ وادارنده شروع به نوسان کند، انرژی آن از طریق نخ به سایر آونگ‌ها منتقل شده و همگی شروع به حرکت می‌کنند امّا آونگی که با آونگ وادارنده هم طول است با دامنهٔ بیشتری حرکت خواهد کرد، زیرا طبق رابطهٔ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ آونگ‌های هم‌طول دارای بسامد و بسامد زاویه‌ای یکسانی هستند و در نتیجه در آونگی که با آونگ وادارنده هم‌طول است، تشدید روی می‌دهد.

۱ **تغییر فاز نوسان یک نوسانگر ساده در مدت ۱s، با کدام کمیت وابسته به آن نوسانگر برابر است؟** *(تجربی داخل ۸۰)*

گزینهٔ ۴

☐۱) طول موج ☐۲) دوره ☐۳) بسامد ☐۴) بسامد زاویه‌ای

حل تغییر فاز نوسانگر در واحد زمان تعریف بسامد زاویه‌ای است.

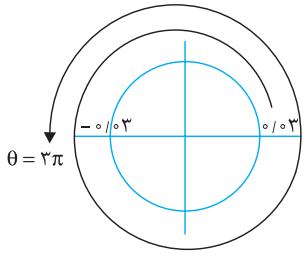
۲ **معادلهٔ هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = ۰/۰۳\cos\frac{\pi}{۲}t$ است. این نوسانگر در فاصلهٔ زمانی $۰ < t < ۶s$ چند سانتی‌متر مسافت را پیموده است؟**

گزینهٔ ۴

☐۱) ۳ ☐۲) ۶ ☐۳) ۹ ☐۴) ۱۸

حل فاز حرکت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta = \frac{\pi}{۲}t \xrightarrow{t=۶s} \theta = \frac{\pi}{۲}\times ۶ = ۳\pi\,rad$$



همان‌طور که می‌دانید متحرک در هر نوسان کامل مسافتی به اندازهٔ ۴A طی می‌کند، در این مسئله متحرک ۳π تغییر فاز داده و ۱/۵ نوسان کامل را طی کرده است، بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر ۶A می‌شود و داریم:

$$\text{مسافت طی شده } L = ۶A = ۶(۰/۰۳) = ۰/۱۸m = ۱۸cm$$